

Proposition de M2 MF 2022/2023

EDP et Apprentissage

Cours d'introduction commun

Enseignant : Zakaria Belhachmi.

Ce cours présentera un certain nombre de résultats ayant vocation à être utilisés par les autres cours du M2. On donnera en particulier des rappels sur la formulation variationnelle des EDP (notamment elliptique) et des estimées de régularité, sur la transformation de Fourier, sur des méthodes numériques de résolution des EDP (éléments finis), et d'optimisation et d'analyse convexe.

Thèmes : EDP, méthodes numériques, optimisation.

Volumes horaires : 35 HETD

Pas d'évaluation.

Cours fondamental 1. Contrôle optimal et apprentissage

Enseignants : Yannick Privat et Zakaria Belhachmi.

Ce cours sera composé de deux parties. Dans la première, nous donnerons des éléments d'analyse de problèmes d'optimisation en dimension infinie (existence, recherche de conditions d'optimalité) mettant en jeu les solutions de système différentiels ou d'équations aux dérivées partielles.

Dans une seconde partie, nous étudierons plus particulièrement les problèmes de contrôle optimal à l'aide des principes

- du maximum de Pontryagin
- et de programmation dynamique.

Nous introduirons en particulier des méthodes d'apprentissage basées sur ces outils à des fins de planification de trajectoires.

Thèmes : contrôle optimal, apprentissage, EDP, probabilités.

Volumes horaires : 58 HETD

Evaluation : examen + projet

Cours fondamental 2. EDP d'évolution non linéaires

Enseignants : Raphaël Côte, Clémentine Courtès.

Ce cours a pour but d'étudier certaines EDP non linéaires et de se familiariser avec les outils et techniques qui leur sont propres. Nous aborderons l'existence des solutions de telles EDP au moyen des notions de solutions faibles et de solutions mild (définies localement en temps). Nous étudierons ensuite leur dynamique en temps long : scattering linéaire (comportement proche de solutions linéaires), explosion en temps fini, existence d'ondes progressives, etc.

Les EDP étudiées seront issues de la mécanique des fluides ou de la mécanique quantique.

Thèmes : EDP, analyse, mécanique.

Volumes horaires : 58 HETD

Evaluation : examen

Cours spécialisé 1. Méthodes géométriques pour les EDP/ODE

Enseignants : Joubine Aghili, Victor Michel Dansac.

Dans la construction de méthodes numériques pour des EDPs, il est crucial de capturer les propriétés du modèle continu afin de garantir une cohérence avec la physique. Une possibilité récente pour capturer ces propriétés continues au niveau discret consiste en l'utilisation de méthodes dites *structure-preserving*, celles-ci sont destinées à assurer cette cohérence vis à vis d'une quantité d'intérêt.

Après avoir rappelé quelques outils généraux de base de géométrie, nous étudierons certaines de ces méthodes. En particulier les méthodes symplectiques conçues pour conserver l'énergie d'un système physique évoluant dans le temps. Puis, celles préservant des complexes de chaînes, par exemple celles de de Rham, cruciales dans les applications faisant intervenir de l'électromagnétique sur des domaines physiques complexes.

Thèmes : Géométrie différentielle, méthodes numériques, EDP.

Volumes horaires : 58 HETD

Evaluation : examen + projet

Cours spécialisé 2. Réduction de dimension pour les EDP

Enseignants : Christophe Prudhomme, Emmanuel Franck.

Ce cours a pour but d'étudier les méthodes de réduction de dimension d'un problème numérique lié à des EDP paramétriques. Dans une 1ère partie on introduira

le principe des bases réduites pour des EDP elliptiques et de diffusion afin de construire des bases de petites tailles valides pour une grande variété de paramètres. On introduira notamment les méthodes de POD et gloutonne pour la construction de la base ainsi que la théorie associée. Ces méthodes sont basées sur l'hypothèse que les données sont explicable par un hyperplan de petite dimension.

Dans un second temps on introduira des méthodes d'apprentissage basées sur la géométrie différentielle permettant la réduction de dimension dans un jeu de données explicable par une variété Riemannienne de petite dimension. On appliquera cela ensuite aux bases réduite et on fera le lien avec l'apprentissage profond géométrique.

Thèmes : EDP, apprentissage, géométrie différentielle, méthodes numériques.

Volumes horaires : 58 TD

Evaluation : examen + projet

Cours spécialisé 3. Limite hydrodynamique de systèmes de particules

Enseignants : Laurent Navoret et Xiaolin Zeng

Ce cours présentera différentes techniques permettant d'obtenir les dynamiques à grande échelle de systèmes de particules provenant de modélisation biologique ou physique.

Dans une première partie, nous présenterons la dérivation de tels modèles par l'intermédiaire d'équations cinétiques, décrivant la densité statistique des particules dans l'espace des phases, et de méthodes au moment.

Dans une deuxième partie, nous présenterons la dérivation d'EDP stochastiques pour des systèmes de particules sur réseaux, par exemple avec contrainte d'exclusion.

Thèmes : EDP, probabilité, analyse, méthodes numériques.

Volumes horaires : 58 HETD

Evaluation : examen