GDR TOPOLOGIE ALGÈBRIQUE ET APPLICATIONS
26-28 OCTOBRE 2009
RÉSUMÉS DES EXPOSÉS

Mini-Cours : Nathalie Wahl

Mapping class groups of 3-manifolds and their homology

The mapping class group of a manifold is the group of components of its diffeomorphism group. One can consider its homology as a group, i.e. the homology of its classifying space. In joint work with Allen Hatcher, we showed that the homology of the mapping class group of 3-manifolds stabilizes under connected sum and boundary connected sum with any chosen 3-manifold. The stabilization also holds for certain quotient groups, and includes as particular cases homological stability for symmetric groups, automorphisms of certain free products, and handlebody mapping class groups. The first lecture in this series will review facts about mapping class groups and diffeomorphism groups of 3-manifolds, and the relation to automorphism groups. The second lecture will concentrate on homological stability, reviewing examples and techniques of proof. The third lecture will then come back to the case of mapping class groups of 3-manifolds and give an overview of the methods of proof of homological stability in that case, mixing 3-manifold topology and combinatorial techniques.

C. Bujard : *La classification des sous-groupes finis des algèbres de division sur Q_p*

D'après un résultat de Dieudonné et Lubin, le groupe $Aut_k(F)$ des automorphismes d'une loi de groupe formel F de hauteur finie n définie sur un corps séparablement clos k de caractéristique positive p est isomorphe au groupe $O^\times$ des unités de l'ordre maximal de l'algèbre de division centrale $D = D(Q_p, \frac{1}{n})$ d'invariant $\frac{1}{n}$ et de dimension n sur le corps Q_p des nombres p-adiques. On s'intéresse à la classification à conjugaison près des sous-groupes finis de $O\times$. Pour ce faire, on commence par établir une classification des classes d'isomorphisme de ces groupes dans $D^\times$ avant de l'affiner aux classes de conjugaison, d'abord dans $D^\times$ puis dans $O^\times$. Cette classification est maintenant achevée et a pour particularité de contredire et invalider certains résultats de T. Hewett datant de la fin des années 90 sur la structure des normalisateurs des sous-groupes finis des algèbres de division sur les corps locaux. Des erreurs ont en effet été localisées et si le temps le permet on présentera un contre-exemple explicite.

S. Covez : *L'intégration des algèbres de Leibniz*

On peut munir d'une structure d'algèbre de Lie l'espace tangent en 1 d'un groupe de Lie. Réciproquement, le troisième théorème de Lie nous dit qu'à toute algèbre de Lie de dimension finie on peut associer, à isomorphisme près, un unique groupe de Lie simplement connexe tel que l'espace tangent en 1 soit isomorphe à notre algèbre de Lie de départ. Le but de cet exposé est de présenter des résultats cherchant à généraliser cette correspondance à une classe plus large d'algèbre : Les algèbres de Leibniz. Une algèbre de Leibniz étant un espace vectoriel muni d'un crochet vérifiant uniquement l'identité de Jacobi (et pas forcément l'antisymétrie). À toute algèbre de Leibniz $\mathfrak{g}$, on associe canoniquement une extension d'une algèbre de Lie $\mathfrak{g}_{Lie}$ par un module M (M est l'idéal des carrés $[x, x]$ de $\mathfrak{g}$ et $\mathfrak{g}_{Lie} = \mathfrak{g}/M$). Cette extension est caractérisée par une classe de cohomologie $[\omega] \in HL^2(\mathfrak{g}_{Lie}; M)$. Nous montrerons que l'on peut intégrer ce 2-cocycle ω en un 2-cocycle de "rack" local permettant ainsi à toute algèbre de Leibniz $\mathfrak{g}$ d' associer un "rack" local. Actuellement nous essayons de mettre en place des critères pour globaliser cette structure locale.

M. Gelvin : *Fusion systems acting on finite sets*

I develop a notion of a saturated fusion system F on a p-group S acting on a finite set X , modeled on the case where there is a finite group G acting on X and restricting attention to a Sylow subgroup of G. As in the work of Broto-Levi-Oliver, there is an associated linking system story, which may be used to construct a "classifying space" for the action. In the presence of an ambient group, the classifying space reconstructs the mod-p homotopy type of the Borel construction of G acting on X. There is also an obstruction theory to the existence and uniqueness of such a linking system. In the case that $X = \star$ is a one-point set, the story recovers that of Broto-Levi-Oliver.

M. Hartl : *Algèbre quadratique et applications*

L'algèbre "non-linéaire" est une théorie émergente visant à fournir un cadre algébrique approprié à la théorie de l'homotopie instable, mais aussi à l'étude des opérations homotopiques supérieures dans l'homotopie des spectres en anneaux. L'algèbre quadratique constitue la première étape de ce vaste programme, correspondantà l'homotopie métastable et aux opérations secondaires ; elle se développe dans des travaux de Baues, Jibladze, Muro, Pirashvili et de mon équipe, depuis une dizaine d'années. La théorie algébrique en cours de construction comprend la définition et l'étude d'applications et de foncteurs quadratiques dans un contexte général, d'anneaux (voire d'annoides, algèbres, algébroides) dits carrés et de leurs modules, et de catégories nilpotentes (de classe 2) généralisant les catégories abéliennes. Notamment, la notion de module sur un anneau carré couvre à la fois les groupes nilpotents de classe 2 et les algèbres sur une opérade nilpotente de classe 2. On donnera un aperçu des notions fondamentales et des grandes lignes de la théorie existante, ainsi que des exemples et quelques applications.

S. Kallel : *Sur la topologie des fonctions rationnelles dans les grassmanniennes (Travail en commun avec W. Ben Hammouda et P.Salvatore)*

Nous nous proposons d'étudier l'espace $Hol_k(Gr(n,m))$ de toutes les fonctions holomorphes de la sphère de Riemann dans la grassmannienne des n-plans complexes dans $\mathbb{C}^{n+m}$ de degré positif fixé k. Ces espaces interviennent principalement en théorie du contrôle (Byrnes Delchamps), mais aussi en théorie de gauge (Guest). Notre objectif premier est de généraliser des résultats de Segal et de Kallel-Salvatore sur les fonctions rationnelles dans un projectif complexe (type d'homotopie et calculs d'homologie). Les cas $k = 1, 2$ sont explicités en détail. Nos méthodes sont une extension de travaux de B. Mann et J. Milgram ;

M. Livernet : *E_n-homology for commutative algebras via functor homology. (Joint work with Birgit Richter)*

There are many homology theories that can be applied to commutative algebras. In this talk we are concerned with homology theories associated via operad theory to E_n-algebras named E_n-homology. For instance E_1-homology for commutative algebras is Hochschild homology, E_∞- homology is Gamma homology defined by Robinson and Whitehouse. These two homology theories have an interpretation as Tor functor in suitable categories of functors (proved by Pirashvili and Richter). We prove that this result holds also for E_n-homology.

P.-A. Melliès : *Catégorie de dialogue et sémantique des jeux*

Une catégorie de dialogue est une catégorie monoidale équippée d'un objet exponentiable à gauche et à droite, doté de certaines lois attendues de cohérence. Dans cet exposé, j'expliquerai comment construire la catégorie de dialogue libre sur une catégorie donnée. La construction est inspirée de la théorie fonctorielle des noeuds, qui est appliquée ici aux démonstrations de la logique formelle. Aussi, les diagrammes de corde 2-dimensionnels de la théorie des noeuds sont remplacés par des diagrammes de surface 3-dimensionnels décrivant les démonstrations formelles comme des suites de transformations émentaires sur les arbres de formule. Point de départ de mon travail, ce point de vue topologique permet de penser la catégorie de dialogue libre comme une catégorie dont les objets sont des jeux de dialogue, et dont les morphismes sont des stratégies interactives particulières (dites innocentes) entre ces jeux.

L. Menichi : *Un morphisme de BV-algèbres des lacets doubles vers les lacets libres*

Soit M une variété fermée orientée de dimension d et X un espace topologique. Chas et Sullivan ont défini une structure de BV-algèbre sur $\mathbb{H}_*(LM) := H_{*+d}(LM)$. Getzler a défini une structure of BV-algèbre sur l'homologie des lacets dou- bles de X , $H_*(\Omega^2 X)$. Soit G un monoide topologique avec inverse à homotopie près. Supposons que G agit sur M . Nous définissons une structure de BV-algèbre sur $H_*(\Omega^2 BG) \otimes \mathbb{H}_*(M)$ qui étend la BV-algèbre de Getzler sur $H_*(\Omega^2 BG)$. Nous montrons que le morphisme d'algèbres graduées

$$H_*(\Omega^2 BG) \otimes \mathbb{H}_*(M) \to \mathbb{H}_*(LM)$$

défini par Félix et Thomas, est en fait un morphisme de BV- algèbres. En particulier, si $G = M$ est un groupe de Lie connexe, $H_*(\Omega^2 BG)$ est une sous BV-algèbre triviale de $\mathbb{H}_*(LG)$.

J. Noel : *H_∞-orientations on BP*

I will describe joint work with Niles Johnson on determining if BP is an H_∞-ring spectrum under MU . Admitting an H_∞-ring structure is equivalent to admitting a well-behaved theory of power operations. In the case of ordinary cohomology, this structure has been used to determine differentials in the Adams spectral sequence. Our primary result is that, for small primes, BP does not admit an H_∞-ring structure compatible with the H_∞-structure on MU. We also show that BP admits a compatible H_∞-structure iff a certain formal group law is p-typical.

S. Rairat : *Produit semi-direct de groupoides*

Le propos de l'exposé sera de montrer comment les foncteurs de localisation de Hovey-Strickland L_n s'étendent aux comodules sur un algébroide de Hopf, associé à la catégorie des BP-comodules, défini par un produit semi-direct.

M. Szymik : *Brave new rings from K3 surfaces*

While elliptic curves give rise to formal groups via their formal Picard group, K3 surfaces give rise to formal groups via their formal Brauer group. This makes them interesting for the homotopy theorist. In this talk I will adress the problem to realise the corresponding Landweber exact homology theories in the world of brave new rings.