

## Semaine spéciale « Processus stochastiques »

du Lundi 25 au Vendredi 30 mai 2009, à l'I.R.M.A. de Strasbourg

### Résumé des cours

#### 0) Exposé non spécialisé de **Vincent Vigon** : « Mécanique quantique discrète »

À chaque chemin sur un graphe, nous affectons un nombre complexe, dont le carré du module détermine la probabilité qu'une particule emprunte ce chemin. C'est la version discrète et élémentaire de l'intégrale de chemins de Feynman.

Lundi, de 9h30 à 10h30.

#### 1) **Shizan Fang** : « Quelques leçons sur les équations différentielles stochastiques » :

Nous allons présenter des résultats récents sur les équations différentielles stochastiques à coefficients non lipschitziens, parfois singuliers : solutions fortes, unicité trajectorielle, modifications continues, etc...

Horaire des 5 heures de cours de Shizan Fang :

Lundi 13h45 ; Mardi 11h30 ; Mercredi 10h15 ; Jeudi 11h30 ; Vendredi 14h45.

#### 2) **Stéphane Attal** : « Des chaînes de spins aux bruits quantiques »

En mécanique statistique classique, lorsque l'on veut modéliser l'action d'un grand environnement extérieur sur un petit système, par exemple un bain thermique, on a souvent recours à des équations différentielles stochastiques pour modéliser l'action de l'environnement. Les bruits pouvant être browniens, poissonniens ou plus complexes. Lorsque les systèmes en question (petit système et environnement) sont de nature quantique, la question se pose de savoir par quoi sont remplacés les bruits, les équations différentielles stochastiques quantiques.

Le but de cette série de cours est de répondre à ces questions. Je commencerai par présenter un lien entre les chaînes de Markov et les systèmes dynamiques qui met en avant le côté naturel des processus stochastiques quand on veut décrire un système physique ouvert.

Je ferai ensuite une introduction concise à la mécanique quantique, en particulier à la mécanique quantique des systèmes ouverts (matrices densités, applications complètement positives, théorèmes de Stinespring et Krauss, ...)

Je présenterai un modèle physique déterministe dit "d'interactions quantiques répétées", dans lequel on verra apparaître l'analogue discret des bruits quantiques. Nous ferons le lien entre ces bruits quantiques et les bruits discrets classiques (marches aléatoires).

En fin de cours, nous passerons à la limite en temps continu de ce modèle. Nous construirons l'espace adéquat (un produit tensoriel continu d'espaces de Hilbert) et nous y verrons les vrais bruits quantiques et leurs liens avec les bruits classiques. Nous comprendrons enfin pourquoi il y a exactement 3 bruits quantiques, pas plus, pas moins. Nous verrons enfin le lien avec les équations maîtresses de Lindblad.

Ce cours ne demande pas de pré-requis en physique, tout sera expliqué. Par contre une certaine familiarité avec les probabilités, les processus stochastiques sera nécessaire. J'utiliserai aussi pas mal de théorie des opérateurs sur les Hilbert et de produits tensoriels.

Horaire des 5 heures de cours de Stéphane Attal :

Lundi 15h ; Mardi 14h ; Mercredi 11h30 ; Jeudi 9h ; Jeudi 15h.

**3) Sonia Fourati** : «< Problèmes de sortie pour les processus de Lévy >>  
(«< Quelques solutions explicites. >>)

Voir l'autre fichier PDF.

Horaire des 5 heures de cours de Sonia Fourati :

Mardi 10h15 ; Mercredi 9h ; Mercredi 16h30 ; Jeudi 13h45 ; Vendredi 13h30.

**4) Freddy Delbaen** : «< Fonctions d'utilité et équations rétrogrades (BSDE) >>  
Non encore disponible (probabilités financières).

Horaire des 5 heures de cours de Freddy Delbaen :

Lundi 11h ; Lundi 16h15 ; Mardi 15h15 ; Mercredi 15h15 ; Jeudi 13h45 ; Vendredi 11h.

**5) Thierry Lévy** : «< Non encore communiqué >>

Non encore disponible (Matrices aléatoires ; théorie de Yang-Mills).

Horaire des 5 heures de cours de Thierry Lévy :

Mardi 9h ; Mardi 16h30 ; Mercredi 14h ; Jeudi 10h15 ; Vendredi 9h30.