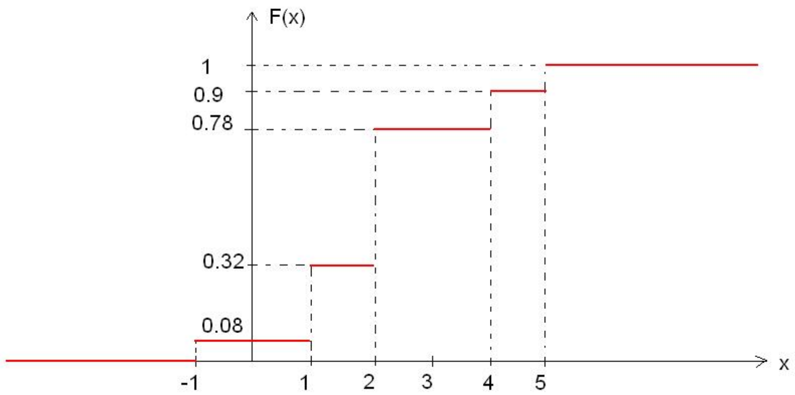
Université de Strasbourg
M1- Enseignement CAPES
Probabilité et statistique

Ségolen Geffray
geffray@math.unistra.fr
Année 2013/2014

TD 2 : variables aléatoires, fonction de répartition, loi de probabilité et densité

Exercice 1.
Soit X une variable de fonction de répartition F tracée ci-dessous.

1. Quel est l'ensemble des valeurs prises par X ? Quelle est la loi de probabilité de X ?
2. Calculer $\mathbb{P}[X \leq -2]$, $\mathbb{P}[X > 6]$, $\mathbb{P}[X \leq 3]$, $\mathbb{P}[X \leq 4]$, $\mathbb{P}[X < 2]$ et $\mathbb{P}[1 \leq X \leq 4]$.
3. Déterminer les a vérifiant $\mathbb{P}[X \leq a] \geq 1/4$ puis $\mathbb{P}[X \geq a] \geq 1/4$.
4. Calculer l'espérance, la variance et l'écart-type de X.
5. Déterminer le mode de la variable X.



Exercice 2.
Une personne lance simultanément 2 dés. Soit X la variable aléatoire représentant la plus grande des valeurs obtenues sur la face supérieure de chacun des dés et soit Y la variable aléatoire représentant la plus petite des valeurs obtenues sur la face supérieure de chacun des dés.

1. Quel est l'ensemble des valeurs admissibles pour X ? pour Y ?
2. Déterminer puis tracer la distribution de probabilité de X puis celle de Y.
3. Déterminer puis tracer la fonction de répartition F_X de X et F_Y de Y.
4. Calculer l'espérance, la variance et l'écart-type de X et de Y.
5. Déterminer le mode de la variable X et de Y.

Exercice 3.
Une personne lance simultanément 2 dés. Soit X la variable aléatoire représentant la somme des valeurs obtenues sur la face supérieure de chacun des dés.

1. Quel est le domaine de définition de X ?
2. Déterminer puis tracer la distribution de probabilité de X.
3. Déterminer puis tracer la fonction de répartition F_X de X.
4. Calculer les probabilités suivantes : $\mathbb{P}[X \leq 7]$, $\mathbb{P}[X \geq 5]$ et $\mathbb{P}[7 \leq X \leq 9]$.
5. Déterminer les a vérifiant $\mathbb{P}[X \leq a] \leq 1/6$ puis $\mathbb{P}[X \geq a] \leq 1/6$.
6. Calculer l'espérance, la variance et l'écart-type de X.
7. Déterminer le mode de la variable X.

Exercice 4.
On considère un lot de chaussures comportant 5 paires de chaussures noires, 3 paires de chaussures rouges et 4 paires de chaussures vertes. En dehors de la couleur, toutes les paires sont identiques. Les chaussures sont toutes mélangées dans un grand sac opaque. On choisit deux chaussures au hasard dans le sac. Soit X la variable aléatoire qui vaut 1 si les chaussures forment une véritable paire et 0 sinon.

1. Déterminer la loi de X ?
2. Calculer $\mathbb{E}[X]$ et $\mathrm{Var}(X)$.

Exercice 5.
Soit X une variable aléatoire de domaine de définition $X(\Omega) = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ et dont la distribution de probabilité est donnée pour $x \in X(\Omega)$ par

$$\mathbb{P}(X = x) = \frac{2x + 1}{25}$$

1. Déterminer puis tracer la fonction de répartition F_X de X.
2. Calculer les probabilités suivantes : $\mathbb{P}[X = 4]$, $\mathbb{P}[X \geq -2]$, $\mathbb{P}[X \leq 1]$ et $\mathbb{P}[2 \leq X < 4]$.
3. Déterminer les a vérifiant $\mathbb{P}[X \leq a] \leq 1/5$ puis $\mathbb{P}[X \geq a] \leq 1/5$.
4. Calculer l'espérance, la variance et l'écart-type de X.
5. Déterminer le mode de la variable X.

Exercice 6.
Soit X une variable aléatoire à valeurs dans $\mathbb{N}$ dont la fonction de répartition est notée F. On suppose que X admet un moment d'ordre 1.

1. Montrer que $\lim_{n \to \infty} n(1 - F(n)) = 0$.
2. Montrer que $1 - F(n)$ est le terme général d'une série convergente de somme $\mathbb{E}[X]$.

Exercice 7.
Dans une réserve, on a observé 15 dromadaires, 10 chameaux et 5 lamas. Un visiteur prend sur la même photo 3 camélidés au hasard. Soit X la variable aléatoire qui représente le nombre de bosses obtenues sur la photo. Déterminer la loi de probabilité de X et sa fonction de répartition.

Exercice 8.
Soit X une variable aléatoire positive telle que $\mathrm{Var}(2X+1) = 4$ et $\mathbb{E}[(2+X)^2] = 5$. Déterminer $\mathbb{E}[X]$ et $\mathrm{Var}(X)$.

Exercice 9.
Soit F la fonction définie par

$$F(t) = \begin{cases} a & t < 0, \\ b & 0 \leq t < 1 \\ 2c - b & 1 \leq t < 2, \\ d & t \geq 2 \end{cases}$$

1. A quelles conditions sur a, b, c et d, la fonction F est-elle une fonction de répartition ? On suppose ces conditions remplies dans la suite de l'exercice.
2. Exprimer les probabilités suivantes en fonction de F : $\mathbb{P}(X > 0.8)$, $\mathbb{P}(0.5 < X < 1.5)$
3. Déterminer la loi de probabilité de X.
4. Déterminer $\mathbb{E}[X]$ et $\mathrm{Var}(X)$.

Exercice 10.
Soit f la fonction définie sur $\mathbb{N}^*$ par

$$f(n) = \frac{4}{n(n+1)(n+2)}\,, \qquad n \in \mathbb{N}^*$$

Vérifier que f définit bien la loi de probabilité d'une variable X. Si c'est possible, calculer l'espérance et la variance de X.

Exercice 11.
Soit X une variable aléatoire de fonction de répartition F définie par

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 1, \\ 1 - \dfrac{1}{1 \times 2} & \text{si } 1 \leq x < 2, \\ \cdots & \cdots \\ 1 - \dfrac{1}{n \times (n+1)} & \text{si } n \leq x < n+1, \\ \cdots & \cdots \end{cases}$$

1. Vérifier que F définit bien une fonction de répartition.
2. Déterminer la loi de probabilité de X.
3. Calculer $\mathbb{E}[X]$ et $\mathrm{Var}(X)$ si possible.

Exercice 12.
Soit X une variable aléatoire sur Ω de loi $\mathcal{U}([0,1])$. Soit un réel $a \in]0,1[$. On pose $Y = \min(X, a)$

autrement dit Y est l'application de Ω dans $\mathbb{R}$ telle que pour tout $\omega \in \Omega$, $Y(\omega) = \min(X(\omega), a)$. Déterminer la loi de Y. La variable aléatoire Y est-elle continue ?

Exercice 13.
Soit X une variable aléatoire de fonction de répartition F définie par

$$F(x) = \begin{cases} \frac{e^x}{3} & \text{si } x < 0, \\ 1 & \text{si } x \geq 0, \end{cases}$$

1. Vérifier que F définit bien une fonction de répartition.
2. La variable X est-elle continue ?

Exercice 14.
Soit X une variable aléatoire de fonction de répartition F et admettant une densité supposée continue et strictement positive sur $\mathbb{R}$. Exprimer à l'aide de f et de F la fonction de répartition et la densité de chacune des variables suivantes :

1. $Y = aX + b$ pour $a \in \mathbb{R}^*$ et $b \in R$
2. $Z = |X|$
3. $T = \log(|X|)$
4. $U = F(X)$
5. $V = [X]$ où $[.]$ représente la partie entière inférieure.

Exercice 15.
Un tas de sable est composé de n grains homogènes et sphériques. Le diamètre d'un grain pris au hasard (exprimé en mm) est représenté par une variable aléatoire X telle que la loi de $\log(X)$ suive une loi $\mathcal{N}(-0,5; 0,3)$.

1. Quelle est la loi du volume des n grains de sable ?
2. On passe le tas au crible d'un tamis. Les trous du tamis sont circulaires de diamètre constant égal à $0,5mm$. Calculer la proportion π_n des n grains de sable passant au travers du tamis.

Exercice 16.
Soit une variable aléatoire X définie sur $[-1, 1]$ régie par la densité suivante : $f(x) = 3(1-x^2)/4$.

1. Quel est le domaine de définition $X(\Omega)$ de X ?
2. Tracer la distribution de probabilité f_X de X.
3. Déterminer puis tracer la fonction de répartition F_X de X.
4. Calculer les probabilités suivantes : $\mathbb{P}[X = 0.5]$, $\mathbb{P}[X \leq 0.5]$, $\mathbb{P}[X > 0.2]$ et $\mathbb{P}[0.2 \leq X < 0.5]$.
5. Calculer l'espérance, la variance et l'écart-type de X.
6. Déterminer le mode de la variable X.
7. Déterminer la médiane de la variable X.

8. Déterminer l'intervalle interquartile de la variable X.

Exercice 17.
Soit une variable aléatoire X régie par la densité suivante :

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{k} \quad \text{pour } 0 \leq x \leq 10 \\ \dfrac{20-x}{k} \quad \text{pour } 10 < x \leq 20 \\ 0 \quad \text{ailleurs} \end{cases}$$

1. Déterminer la valeur de la constante k pour s'assurer que la fonction f soit bien une densité de probabilité.
2. Tracer la densité de probabilité obtenue.
3. Déterminer la fonction de répartition.
4. Déterminer $\mathbb{P}[X \leq 0]$, $\mathbb{P}[1 \leq X \leq 2]$, $\mathbb{P}[15 \leq X \leq 18]$, $\mathbb{P}[5 \leq X \leq 15]$, $\mathbb{P}[X \geq 19]$, $\mathbb{P}[X \geq 9]$ et $\mathbb{P}[X \geq 29]$.
5. Déterminer a tel que $\mathbb{P}[X \leq a]$=1/4 puis $\mathbb{P}[X \leq a]$=3/4.
6. Calculer l'espérance, la variance et l'écart-type de X.
7. Déterminer le mode de la variable X.
8. Déterminer la médiane de la variable X.
9. Déterminer l'intervalle interquartile de la variable X.

Exercice 18.
Soient X_1 et X_2 deux variables aléatoires indépendantes de loi de Poisson de paramètre respectif $\lambda_1 > 0$ et $\lambda_2 > 0$. Démontrer que $X_1 + X_2$ suit une loi de Poisson dont on déterminera le paramètre.

Exercice 19.
Soient n variables aléatoires indépendantes X_1, ..., X_n de loi $\mathcal{U}([0;1])$. Déterminer la loi de $Y = \max(X_1, ..., X_n)$ et de $Z = \min(X_1, ..., X_n)$. Déterminer si possible $\mathbb{E}[Y]$, $\mathrm{Var}(Y)$, $\mathbb{E}[Z]$ et $\mathrm{Var}(Z)$.

Exercice 20.
Soit X une variable aléatoire admettant un moment d'ordre 2. Déterminer le minimum de la fonction

$$\phi : \begin{cases} \mathbb{R} & \to \mathbb{R} \\ a & \to \mathbb{E}[(X-a)^2] \end{cases}$$

Interpréter le résultat.

Exercice 21.
Le responsable du comité de sécurité de l'entreprise Micom a évalué le nombre moyen d'accidents de travail par jour à 1.6 avec un écart-type de 1.265 accident/jour. Soit X la variable représentant le nombre d'accidents par jour. Pour maintenir un service d'urgence, l'entreprise subit des frais fixes de 200 euros par jour ainsi que des frais variables de 50 euros par accident. Notons Y la variable représentant les frais encourus par jour.

1. Exprimer Y en fonction de X.
2. Quels sont en moyenne les frais encourus par jour ?
3. Quel est l'écart-type des frais ?

Exercice 22.
Le nombre de personnes entrant dans la gare de Strasbourg en une journée suit une loi de Poisson de paramètre $\lambda > 0$. Pierre et Paul distribuent des prospectus aux personnes entrant dans la gare, à raison de 1 prospectus par personne. Pierre parie qu'à la fin de la journée ils auront distribué un nombre pair de prospectus tandis que Paul parie qu'à la fin de la journée ils auront distribué un nombre impair de prospectus. Qui a le plus de chances de gagner son pari ?

Exercice 23.
Soit X une variable aléatoire de loi gaussienne standard.

1. Déterminer les probabilités suivantes :

$\mathbb{P}[X = 1.2]$	$\mathbb{P}[X \leq 2]$	$\mathbb{P}[0 \leq X \leq 0.5]$
$\mathbb{P}[1.1 \leq X \leq 3.2]$	$\mathbb{P}[X > 0.8]$	$\mathbb{P}[X \leq -1]$
$\mathbb{P}[X > -0.23]$	$\mathbb{P}[0 \leq X \leq 0.83]$	$\mathbb{P}[-2.2 \leq X \leq 2.2]$
$\mathbb{P}[-1 \leq X \leq 0]$	$\mathbb{P}[-2 < X < -0.8]$	$\mathbb{P}[-1.5 \leq X < 0]$
$\mathbb{P}[-1.98 \leq X \leq 0.49]$	$\mathbb{P}[-0.25 \leq X \leq 1.5]$	$\mathbb{P}[X \geq 1.25]$

2. Déterminer x satisfaisant les égalités suivantes :

$\mathbb{P}[X \leq x] = 0.6255$	$\mathbb{P}[X \geq x] = 0.9971$
$\mathbb{P}[X \leq x] = 0.2119$	$\mathbb{P}[X \geq x] = 0.1314$
$\mathbb{P}[0 \leq X \leq x] = 0.4750$	$\mathbb{P}[-x \leq X \leq 0] = 0.2291$
$\mathbb{P}[-x \leq X \leq x] = 0.2052$	$\mathbb{P}[-1 \leq X \leq x] = 0.1785$

Exercice 24.
L'entreprise Granulex distribue un aliment pour chat dans un contenant métallique dont le poids après remplissage est en moyenne 340g. Le processus de remplissage est donc calibré pour obtenir cette valeur moyenne. En fait, des études ont montré que le poids est distribué normalement avec un écart-type de 6g.

1. Quelle est la probabilité pour qu'un contenant choisi au hasard de la production ait un poids entre 334g et 346g ?
2. Quelle est la probabilité pour qu'un contenant choisi au hasard de la production ait un poids qui diffère de la moyenne par moins de 2g ?
3. Sur une production de 1000 contenants, combien auront un poids inférieur à 330g ?
4. A quel niveau moyen doit-on fixer le remplissage pour assurer que seulement 1 contenant sur 100 aura un poids inférieur à 340g ?
5. A quel niveau moyen doit-on fixer le remplissage pour assurer que seulement 5% des contenants auront un poids supérieur à 348g ?

Exercice 25.
D'après la responsable de la mise sur le marché de l'entreprise Sicom, la demande annuelle pour

leur logiciel suit une loi normale. Elle précise également qu'il y a une probabilité 0.195 pour que la demande soit inférieure à 1500 unités et une probabilité 0.025 d'être supérieure à 2910 unités.

1. Déterminer la demande annuelle moyenne ainsi que sa variance.
2. En admettant que la demande est équitablement répartie au cours de l'année et que la demande mensuelle suit une loi normale, déterminer la demande mensuelle moyenne et sa variance.
3. Les coûts fixes mensuels de production sont de 21000 euros alors que le coût unitaire est de 300 euros. Le prix de vente d'un logiciel est de 500 euros. Quelle est la probabilité que le seuil de rentabilité mensuel soit atteint ?

Exercice 26.
Un système de sécurité opère avec deux composants électroniques. La conception du système est telle que le second composant entre en fonction lorsque le premier devient défaillant. Lorsque le second composant devient défaillant, le système de sécurité devient inopérant. La durée de vie de chaque composant est distribué normalement avec une moyenne de 500h et une variance de $2450h^2$. On admet que les durées de vie de chaque composant sont indépendantes.

1. Quelle est la loi de la durée de vie du système de sécurité ? En préciser la moyenne et la variance.
2. Avec quelle probabilité peut-on affirmer que le système devrait fonctionner au moins 850h ?
3. Quelle est la durée de vie minimum du système dans 95% des cas ?

Exercice 27.
Une étude réalisée sur un grand nombre de pneus de la marque Michel montre que leur durée de vie (en km) est une variable aléatoire X de loi exponentielle de paramètre $\lambda = 0.0007$.

1. Déterminer $\mathbb{P}[X \leq 1000]$, $\mathbb{P}[X > 1000]$ et $\mathbb{P}[1000 \leq X \leq 2000]$
2. Déterminer x tel que $\mathbb{P}[X \leq x] = 0.05$.
3. Déterminer la médiane de X.

Exercice 28.
Une entreprise du nucléaire s'intéresse à la durée de vie de certains types d'atomes. Cette durée de vie est donnée par le temps qui s'écoule entre l'instant initial $t_0 = 0$ et le moment où le noyau de l'atome se désintègre. On sait que la probabilité pour qu'au temps $t \geq 0$ le noyau ne se soit pas encore désintégré vaut $s(t) = \exp(-\lambda t)$ pour un $\lambda > 0$ qui varie avec le type d'atome. Notons X la variable aléatoire qui représente la durée de vie d'un noyau.

1. Quelle est la fonction de répartition de X en fonction de λ ?
2. Quelles sont la densité, l'espérance et la variance de X ?
3. On observe un atome jusqu'à un instant t. Sachant qu'à cet instant t l'atome n'est pas désintégré, quelle est la probabilité qu'il ne se désintègre pas avant l'instant $t + s$ pour un $s > 0$?

4. On considère maintenant n atomes que l'on suppose indépendants entre eux et suivant tous la loi donnée ci-dessus. Déterminer la loi du temps de désintégration du premier atome puis déterminer la loi du temps de désintégration du dernier atome.
5. On note N_t le nombre d'atomes désintégrés entre les instants 0 et t. Déterminer la loi de N_t.
6. Pour quelle valeur minimale de t a-t-on $\mathbb{E}[N_t] \geq \frac{n}{2}$?

Exercice 29.
Dans un laboratoire d'analyses médicales, 12 personnes se présentent pour effectuer un test de dépistage du VHC. Sachant que 1% de la population française est porteuse du VHC, quelle est la probabilité qu'aucune des 12 personnes ne soit contaminée ? que la moitié des 12 personnes soit contaminée ?

Exercice 30.
D'après une étude sur le comportement du consommateur, il apparaît que 3 consommateurs sur 6 sont influencés par la marque de commerce lors de l'achat d'un bien. La directrice du marketing d'un grand magasin interroge 20 consommateurs au hasard afin de connaître leur réaction sur ce sujet.

1. Identifier la variable concernée et donner les valeurs possibles de cette variable
2. Donner l'expression générale de la loi de probabilité régissant le comportement du consommateur sur ce sujet.
3. Parmi l'échantillon de taille 20, combien de consommateurs, en moyenne, se déclareront influencés par la marque ?
4. Parmi l'échantillon de taille 20, quelle est la probabilité que moins de 10 consommateurs se déclarent influencés par la marque ?
5. Parmi l'échantillon de taille 20, quel est le nombre de consommateurs le plus probable qui se déclareront influencés par la marque ?

Exercice 31.
Soit X_1 une variable de loi $\mathcal{B}(4, 0.1)$ et soit X_2 une autre variable de loi $\mathcal{B}(6, 0.1)$. On suppose que X_1 et X_2 sont indépendantes.

1. Quelle est la loi de probabilité qui régit la somme $X_1 + X_2$?
2. Quelles sont la moyenne et la variance de la somme $X_1 + X_2$?
3. Déterminer $\mathbb{P}[X_1 + X_2 = 2]$.
4. Déterminer $\mathbb{P}[X_1 + X_2 \geq 8]$.
5. Déterminer $\mathbb{P}[X_2 = 4 | X_1 = 3]$.

Exercice 32.
Une société de location de voitures possède entre autres trois voitures de luxe qui peuvent être louées à la journée. Le nombre de demandes reçues par la société pour ce genre de voitures est distribué suivant une loi de Poisson avec une moyenne de 1.8 voitures par jour.

1. Quelle est l'expression de la loi de probabilité régissant la demande et quelles sont les valeurs possibles de la variable ?
2. Déterminer la proportion de jours où aucune demande n'est faite pour ce genre de voitures.
3. Calculer la proportion de jours pour lesquels les demandes de location ne peuvent être entièrement satisfaites.

Exercice 33.
Les ventes journalières de frigidaires suivent une loi de Poisson de moyenne 8.8 unités par jour.

1. Quelle est l'expression de la loi de probabilité régissant les ventes journalières et quelles sont les valeurs possibles de la variable aléatoire associée ?
2. Quelle est la variance de la variable ?
3. Quelle est la probabilité de n'observer aucune vente de ce bien sur un jour donné ?
4. Quelle est la proportion de jours pour lesquels les ventes journalières sont inférieures à 5 unités ?
5. Quel est le nombre le plus probable d'unités vendues en un jour donné ?
6. Déterminer le nombre de jours où les ventes journalières ont été exactement de 10 unités et ceci pour une période de 250 jours ouvrables ?

Exercice 34.
Le responsable du comité de sécurité de l'entreprise Nicom a effectué une compilation du nombre d'accidents du travail qui se sont produits depuis deux ans dans l'usine. Ceci a permis d'établir que le nombre moyen d'accidents par jour est 1.6. On admet que le nombre d'accidents du travail par jour suit une loi de Poisson.

1. Quelle est l'expression permettant de calculer la probabilité d'observer x accidents par jour ?
2. Quel est l'écart-type de la variable concernée ?
3. Quelle est la probabilité d'observer plus de 2 accidents par jour ?
4. Calculer la probabilité d'observer un nombre d'accidents compris dans l'intervalle $[\mathbb{E}[X]-\sigma(X), \mathbb{E}[X]+\sigma(X)]$?

Exercice 35.
Une assurance s'intéresse au nombre d'accidents touchant un individu au cours d'une année donnée. On admet que ce nombre suit une loi de Poisson. On suppose que l'espérance de cette loi de Poisson varie en fonction des personnes et qu'elle vaut 2 pour 60% des personnes et 3 pour les 40% restants.

1. Quelle est la probabilité qu'au cours d'une année une personne n'ait aucun accident ? Qu'elle en ait trois ?
2. Sachant qu'une personne n'a pas eu d'accident au cours de l'année précédente, quelle est la probabilité qu'elle ait trois accidents dans l'année en cours ?

Exercice 36.
Chez Electropak, l'appareil servant à l'étiquetage de contenants est sujet à deux types de pannes, soit une défaillance électronique, soit une défaillance mécanique. Les deux sources de panne sont indépendantes. Selon l'ingénieur d'usine de l'entreprise, le nombre de pannes attribuables à une défaillance électronique au cours d'un mois d'opération est distribué selon une loi de Poisson de paramètre $\lambda_1 = 1.4$ tandis que le nombre de pannes attribuables à une défaillance électronique au cours d'un mois d'opération est distribué selon une loi de Poisson de paramètre $\lambda_2 = 2$.

1. Notons X la variable correspondant au nombre de pannes par mois attribuables à une défaillance électronique et Y celle correspondant au nombre de pannes par mois attribuables à une défaillance mécanique. Donner, dans chaque cas, l'expression de la loi de probabilité correspondante.
2. Quelle est la probabilité pour qu'au cours d'un mois d'opération, il y ait une seule panne de l'appareil d'étiquetage ?
3. Quelle est la probabilité pour qu'au cours d'un mois d'opération, l'appareil présente deux pannes, l'une attribuable à une défaillance électronique, l'autre attribuable à une défaillance mécanique ?
4. Quelle est l'expression de la loi de probabilité du nombre total de pannes $W = X + Y$ au cours d'un mois d'opération ?
5. Quelles sont l'expérance et la variance de W ?
6. Quelle est la probabilité pour qu'au cours d'un mois d'opération, l'appareil présente moins de deux pannes ?
7. Quelle est la probabilité pour qu'au cours d'un mois d'opération, l'appareil présente au moins deux pannes ?

Exercice 37.
Pour toute variable aléatoire admettant un moment d'ordre 3, on appelle coefficient d'asymétrie de la loi de X le réel

$$\mu(X) = \frac{\mathbb{E}[(X - \mathbb{E}[X])^3}{\sigma(X)^3}.$$

Calculer $\mu(X)$ (lorsque c'est possible) dans les cas suivants :

1. $X \sim \mathcal{B}(p)$, $p \in]0, 1[$,
2. $X \sim \mathcal{U}(\{1, ..., n\})$, $n \in \mathbb{N}^*$,
3. $X \sim \mathcal{P}(\lambda)$, $\lambda > 0$,
4. $X \sim \mathcal{N}(m, \sigma^2)$, $m \in \mathbb{R}$, $\sigma^2 > 0$,
5. $X \sim \mathcal{E}(\lambda)$, $\lambda > 0$.

Justifier l'appelation "coefficient d'asymétrie".