

TD 3 : statistique descriptive et inférentielle

Exercice 1.

Un échantillon de 100 tubes d'aluminium est prélevé dans la production d'une usine et chaque tube est classé en fonction de sa longueur (L) et de sa qualité de surface (QS). Chacune de ces caractéristiques peut être considérée comme "conforme" ou non "conforme". Les résultats suivants sont obtenus :

| | L conforme | L non-conforme |
|-----------------|------------|----------------|
| QS conforme | 75 | 7 |
| QS non-conforme | 10 | 8 |

Soit A l'évènement "le tube a une qualité de surface conforme" et soit B l'évènement "le tube est de longueur conforme".

Estimer les probabilités suivantes : $\mathbb{P}(A)$, $\mathbb{P}(B)$, $\mathbb{P}(\bar{A})$, $\mathbb{P}(A \cap B)$, $\mathbb{P}(A \cup B)$, $\mathbb{P}(\bar{A} \cup B)$, $\mathbb{P}(A|B)$ et $\mathbb{P}(B|A)$.

Exercice 2.

Dans un atelier mécanique, l'ingénieur vérifie le diamètre de tiges tournées sur un tour automatique. Le diamètre des tiges peut fluctuer selon le réglage du tour. Vingt tiges prélevées au hasard ont été mesurées avec un micromètre de précision. Les résultats sont exposés ci-dessous (en mm) :

39.5 40.6 38.4 37.8 39.4 39.9 41.5 40.0 38.5 41.2 39.7 39.1 42.6 40.0 38.4 40.0 39.4 41.1 41.3 40.8

On admet que le diamètre des tiges est distribué selon une loi normale.

1. Déterminer la moyenne empirique, la variance empirique et l'étendue de l'échantillon.
2. Proposer une estimation des paramètres de la loi normale.
3. Estimer le diamètre moyen des tiges par intervalle de confiance avec le niveau de confiance 95%.
4. Recommencer en prenant un niveau de confiance de 99%. Que constatez-vous ?
5. Le fabricant affirme que ses tiges ont un diamètre moyen de 41 mm. Qu'en pensez-vous ?

Exercice 3.

Un laboratoire indépendant est chargé par l'Office de protection des consommateurs de vérifier la résistance à l'éclatement (en kg/cm^2) d'un réservoir de carburant d'un certain fabricant. On admet que la résistance à l'éclatement est distribuée selon une loi normale.

1. Des essais sont effectués sur un échantillon de 30 réservoirs conduisant à une résistance moyenne à l'éclatement de $219 \text{ kg}/\text{cm}^2$ avec un écart-type empirique de $10 \text{ kg}/\text{cm}^2$. Proposer un intervalle de confiance pour la résistance moyenne à l'éclatement de ce type de réservoir avec un niveau de confiance de 95%.

2. Des essais sont effectués sur un échantillon de 100 réservoirs conduisant à une résistance moyenne à l'éclatement de 219 kg/cm^2 avec un écart-type empirique de 10 kg/cm^2 . Proposer un intervalle de confiance pour la résistance moyenne à l'éclatement de ce type de réservoir avec un niveau de confiance de 95%. Que constatez-vous ?

Exercice 4.

Dans le cadre du suivi de production, l'ingénieur d'usine de l'entreprise Electrotek étudie la durée de vie d'un composant électronique. Le service de maintenance lui a fourni les données suivantes (en jours) :

493 353 6208 2234 4108 205 1442 2322 1939 8308 587 1182 3987 5496 391 2500 1888 5002 4122
1335 999 1976 4001 3520 5600 2333 1200

On admet que la durée de vie (en jours) des composants électroniques est distribuée selon une loi exponentielle.

1. Estimer la durée de vie moyenne du composant électronique.
2. Proposer une estimation ponctuelle du paramètre de la loi exponentielle.
3. Estimer la probabilité que la durée de vie du composant soit inférieure à 1000 jours puis estimer la probabilité que la durée de vie du composant soit supérieure à 10000 jours.
4. Le fabricant affirme que ses composants électroniques ont une durée de vie moyenne de 3000 jours. Qu'en pensez-vous ?

Exercice 5.

Le gérant d'un hôpital étudie l'arrivée des patients dans le service d'urgence ouvert 24h sur 24h. Il compte le nombre de patients se présentant aux urgences par heure, et ce, pendant 24h. Il obtient les résultats suivants :

9 6 3 5 4 5 4 6 3 2 2 10 7 8 6 4 4 6 8 6 3 4 1 9 11 8 15 2 2 3 8 4 6

On admet que le nombre de patients se présentant aux urgences par heure suit une loi de Poisson.

1. Proposer une estimation ponctuelle du paramètre de la loi de Poisson.
2. Proposer une estimation par intervalle du paramètre de la loi de Poisson au niveau de confiance 95%.
3. Estimer la probabilité qu'au cours d'une heure plus de 6 patients se présentent aux urgences.
4. Estimer la probabilité qu'au cours d'une heure un nombre inférieur ou égal à 4 de patients se présentent aux urgences.
5. La direction de l'hôpital affirme que le taux d'arrivée dans le service des urgences est de 5 patients par heure. Qu'en pensez-vous ?

Exercice 6.

L'entreprise Simtech produit des tubes de verres de haute qualité qu'elle vend à l'entreprise Gescom sous forme de lots de 100 tubes de verre. L'ingénieur d'usine de l'entreprise Simtech s'intéresse à la proportion de tubes défectueux issus de cette production. Il dispose des données suivantes obtenues sur 200 lots :

| | | | | | | |
|----------------------------|----|----|----|----|---|---|
| nombre de tubes défectueux | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| effectif | 98 | 60 | 22 | 16 | 2 | 2 |

1. Estimer la proportion du nombre de tubes défectueux dans l'ensemble de la production.
2. Estimer par intervalle la proportion de tubes défectueux dans l'ensemble de la production au niveau de confiance 95%.
3. Le qualitecien de l'entreprise Gescom utilise le plan de contrôle suivant à la réception de chaque lot. Prélever au hasard 5 tubes de verres. S'il y a, dans cet échantillon, 1 tube de verre (ou plus) défectueux, le lot est refusé et retourné à l'entreprise Simtech sans plus d'inspection. Estimer la probabilité qu'un lot soit refusé avec ce plan de contrôle.
4. L'entreprise Simtech affirme qu'il y a au plus 5% de tubes défectueux dans sa production. Qu'en pensez-vous ?