

# Les mathématiques de la jonglerie

## Fête de la Science 2020

Nicolas JUILLET

Université de Strasbourg

Strasbourg, lundi 5 octobre 2020

## Des vidéos illustratives

<https://www.youtube.com/watch?v=suK7oQ9UA50>

<https://www.youtube.com/watch?v=cGW6qIGmskI>

<https://www.youtube.com/watch?v=PW04cJ0bxWM>

(D'autres liens et des références à la fin des diapos)

## Les règles du modèle “jonglage périodique simple”

- Le jonglage est périodique et éternel
- Exactement un lancer par temps
- Exactement une réception par temps
- On alterne gauche et droite

# Les lancers

0 : Pas de balle

1 : Transfert rapide horizontal

2 : Balle gardée dans la main

3 : Lancer croisé normal

4 : Lancer vertical assez haut (colonne)

5 : Lancer croisé haut

Et ainsi de suite...

## Les lancers

0 : Pas de balle

1 : Transfert rapide horizontal

2 : Balle gardée dans la main

3 : Lancer croisé normal

4 : **Lancer vertical assez haut (colonne)**

5 : Lancer croisé haut

Et ainsi de suite...

## Les lancers

0 : Pas de balle

1 : Transfert rapide horizontal

2 : **Balle gardée dans la main**

3 : Lancer croisé normal

4 : **Lancer vertical assez haut (colonne)**

5 : Lancer croisé haut

Et ainsi de suite...

## Les lancers

0 : **Pas de balle**

1 : Transfert rapide horizontal

2 : **Balle gardée dans la main**

3 : Lancer croisé normal

4 : **Lancer vertical assez haut (colonne)**

5 : Lancer croisé haut

Et ainsi de suite...

## Jonglage (as-)symétrique

Le nombre de lancer est appelé **la période**

### Aspect symétrique ou non

- Si la période est paire, le motif jonglé est différent devant ou dans un miroir.
- Si elle est impaire, il est symétrique.



## Critère de validité d'un code de jonglage

### Théorème

Un code de jonglage est valide si les instants d'arrivée (que l'on peut calculer !) sont les mêmes (dans l'ordre ou le désordre) que ceux de départ.

On peut par exemple vérifier que **63141** est jonglable.

## Critère de validité d'un code de jonglage

### Théorème

- Si un code de jonglage est valide alors la moyenne des lancers/durées est un nombre entier (1,2,3,...).

Le code **4151** n'est pas jonglable car  $11/4=2,25$  n'est pas un nombre entier.

Le code **67084** est peut-être jonglable car  $(6+7+0+8+4)/5$  est entier.

## Critère de validité d'un code de jonglage

### Théorème

- Si un code de jonglage est valide alors la moyenne des lancers/durées est un nombre entier (1,2,3,...).
- De plus ce nombre correspond au nombre de balles nécessaires à sa réalisation.

Le code **4151** n'est pas jonglable car  $11/4=2,25$  n'est pas un nombre entier.

Si il était jonglable **67084** se jonglerait à  $5=25/5$  balles.

Le code **531** se jogle à 3 balles, **5344** à 4 balles et **73** à 5 balles.

## Des opérations qui changent la moyenne et le nombre de balle de la même façon

### Deux opérations agissant pareil sur le nombre de balles et la moyenne

- Ajouter/retrancher la période à un des lancers. Ex : **531** → **534**
- Le “site swap”. Ex : **\*\*\*5\*2\*** → **\*\*\*4\*3\***

Constat : pour les codes **333**, **55** ou **4444** le nombre de balles est bien la moyenne.

Idée : on s’y ramène à l’aide des opérations.

## Validité à permutation près

### Théorème de M. Hall (1952)

Si un code valide ou non a pour moyenne de ses durées/lancers un nombre entier, il existe une façon de permuter les lancers de ce code afin d'obtenir un code valide (s'il ne l'est pas déjà).

On peut par exemple permuter **67084** pour obtenir un jonglage valide.

## Documentation

- Un livre écrit par B. Polster : "The Mathematics of Juggling"

- Un résumé par le même (proche de ma présentation)

[https://www.qedcat.com/articles/juggling\\_survey.pdf](https://www.qedcat.com/articles/juggling_survey.pdf)

- En français, une présentation un peu différente :

<http://prof.pantaloni.free.fr/spip.php?article165>

(voir aussi le PDF au bas de la page)

- Le logiciel Juggling Lab : <https://jugglinglab.org>