Souvenirs de Patrick Dehornoy
1952-2019

Patrick Dehornoy était mathématicien, professeur à Caen, théoricien des ensembles, expert ès tresses, membre de l'IUF, ancien directeur adjoint de l'INSMI, et bien d'autres choses encore. Quelques collègues et amis lui rendent hommage.

De la théorie des ensembles à la loi d'autodistributivité

Serge Grigorieff, professeur émérite, université de Paris

Au regard de sa bibliographie, il est patent que l'algèbre, particulièrement la théorie des tresses, est le centre du travail de Patrick Dehornoy. Cependant, c'est en logique et en théorie des ensembles, que Patrick a débuté sa carrière de chercheur avec des travaux qui sont, aujourd'hui encore, une référence [4, 1, 7]. Et, tout au long des années, il est resté passionné par ce sujet, organisant au CIRM le bisannuel « International Set Theory Workshop », ce de 1990 à 2004, avant d'en passer la direction à d'autres. Ce qui lui a permis d'échanger avec le haut de gamme des spécialistes du sujet et de rester pleinement au fait de ses avancées.

Quelques mots (techniques...) sur ces travaux de Patrick permettront de voir comment ceux-ci l'ont mené à cette loi d'autodistributivité gauche si présente dans ses travaux sur les tresses, cf. [3]. Et aussi de rendre hommage au souci qu'il a constamment montré, cf. [2, 5], de faire connaître la beauté des grands cardinaux de théorie des ensembles et leur intérêt pour répondre à certaines questions des mathématiques usuelles dont on sait que, sans supposer l'existence de ces cardinaux, elles ne sont ni prouvables ni réfutables (un phénomène pressenti par Gödel il y a plus de 60 ans).

Le travail de Patrick en théorie des ensembles, avec l'axiomatisation ZFC (ZF pour Zermelo et Fraenkel, 1922, C pour l'axiome du choix), tourne autour des ultrapuissances itérées de modèles de ZFC. Si M_0 est un tel modèle, à partir d'un ultrafiltre U sur un ensemble I, on obtient un autre modèle $M_1 = M_0^I/U$ de ZFC qui satisfait les mêmes propriétés que M_0. Ceci en quotientant l'ensemble M_0^I des fonctions de I dans M_0 par l'équivalence $f =_{M_1} g \iff \{i \mid f(i) = g(i)\} \in U$ et en y définissant une appartenance $\in_{M_1}$ pareillement en remplaçant $=$ par $\in$ (ces $=$ et $\in$ sont au sens de M_0). Un plongement φ s'impose alors : celui qui à un élément x de la structure de départ M_0 associe la classe d'équivalence de la fonction constante sur I de valeur x. Plongement non trivial si U ne l'est pas. Cela étant, dans un modèle de ZFC, les ordinaux jouent un rôle central, ils en forment une sorte de colonne vertébrale. Une propriété puissante, dans ce cadre d'ultrapuissances, est d'avoir dans M_1 la même notion d'ordinal que dans M_0 (à isomorphisme près). Ceci revient à demander que l'appartenance $\in_{M_1}$ de M_1 soit une relation bien fondée au sens de M_0 (pas seulement de M_1). C'est le cas si l'ultrafiltre U est une mesure, c'est-à-dire est clos par intersection dénombrable. Car si $(f_n)_{n=0,1,\ldots}$ est une suite de fonctions $I \to M_0$ telle que $f_{n+1} \in_{M_1} f_n$ pour tout n, alors $X_n = \{i \in I \mid f_{n+1}(i) \in f_n(i)\} \in U$ pour tout n. Puisque U est une mesure on a $X = \cap_{n=0,1,\ldots} X_n \in U$, et, pour tout tout i de X, on a donc $f_{n+1}(i) \in f_n(i)$ pour tout n.

Ainsi, l'appartenance au sens de M_0 ne serait pas bien fondée, contredisant les axiomes de ZFC.

Mais là, on arrive à un chapitre fort complexe, celui des grands cardinaux. En effet, ces cardinaux mesurables (c'est-à-dire supportant un ultrafiltre qui soit une mesure) sont gigantesques, très loin des objets usuels. Et la théorie ZFC ne permet pas de prouver leur existence ! Celle-ci est un axiome qu'on doit rajouter à la théorie. Hélas, comme pour la théorie ZFC elle-même, la cohérence de cet axiome n'est pas démontrable, et n'est même pas démontrable en admettant celle de ZFC. La seule « garantie » qu'on ait de la cohérence de ZFC (resp. avec cet axiome) est que depuis plus de 100 (resp. 60) ans que l'on travaille avec, aucune contradiction n'est apparue !

Comme M_1 est inclus dans M_0, il est a priori plus petit, mais cette inclusion, restriction de l'identité, n'est pas l'objet mathématique intéressant. C'est le plongement φ de M_0 sur une partie propre de M_1 qui l'est, et celui-ci montre M_0 comme plus petit que M_1 ! En itérant, on a un modèle M_2 qui est l'ultrapuissance de M_1 par l'ultrafiltre $\varphi(U)$ sur $\varphi(I)$ et un plongement ψ de M_1 dans M_2. Voyant φ comme l'union de ses restrictions à des ensembles dans M_0 de plus en plus gros, on peut appliquer ψ à chacune de ces restrictions et, par union, appliquer ψ à φ lui-même. Comme φ envoie x sur φx, son image $\psi\varphi$ envoie ψx sur $\psi(\varphi x)$. On a donc $\psi(\varphi x) = (\psi\varphi)(\psi x)$. Ce qui est une autodistributivité gauche. C'est là que Patrick a rencontré, tout au début de sa carrière, cette loi qui intervient si fortement dans ses travaux en algèbre.

C'est alors qu'il préparait sa thèse de 3e cycle (1975) puis sa thèse d'État (1978), sur le domaine de la théorie des ensembles, sur lequel je travaillais alors, que j'ai connu Patrick. Nous avons à cette époque beaucoup échangé et je me souviens avoir été impressionné tant par sa capacité de travail, qui ne se démentira pas par la suite (voir sa bibliographie) que par la diversité des autres activités qu'il menait avec une réelle maîtrise : piano, navigation... Je me souviens aussi que son goût pour ce qui est algébrique l'avait conduit à s'adresser à Jean-Louis Verdier pour le sujet de seconde thèse de sa thèse d'État (pratique aujourd'hui révolue...). Je le vois encore, lors de sa soutenance, déclarer avec humour après l'exposé de sa seconde thèse « qu'il avait bien travaillé », ce en dépliant sur les tables du premier rang occupées par le jury un très long listing informatique (ces feuilles à picots pliées en accordéon) contenant les calculs algébriques sophistiqués qu'il avait menés sur des algèbres de Lie. Eh, non, à cette époque on ne disposait pas encore de logiciel de calcul formel..., Patrick avait dû écrire lui-même les programmes qui lui étaient nécessaires.

Puis, la séparation géographique, lui à Caen, moi à Lyon puis Paris, ne nous a pas permis de beaucoup nous voir. Ce jusqu'en 2015, quand Patrick m'a demandé d'être relecteur du livre de théorie des ensembles qu'il avait décidé d'écrire. Pendant un peu plus de deux ans, au fur et à mesure qu'il en écrivait les chapitres, j'ai donc eu le grand plaisir de le rencontrer pour en discuter.

Des huit livres que Patrick a écrits, le premier et l'avant-dernier concernent la logique : l'un présente la théorie classique de la calculabilité (208 pages, paru en 1993), l'autre est ce livre sur la théorie des ensembles (650 pages, paru en 2017). J'ai pu constater avec ce livre son souci d'accompagner le développement – forcément technique – de la théorie par de très nombreuses digressions donnant les intuitions, le pourquoi des choses, les limites des résultats présentés... Ce qui rend son livre remarquablement éclairant. Il faut souligner aussi l'audace de Patrick qui n'hésite pas à présenter la théorie jusqu'à ses résultats les plus sophistiqués, amenant le lecteur à l'état actuel du sujet.

Ce livre a été aussi pour lui une occasion forte de présenter les raisons d'étudier les grands cardinaux, un point qui lui tenait très à cœur. En effet, comme dit plus haut, ils sont indispensables pour dépasser le « on ne peut ni prouver ni réfuter à partir de ZFC » certaines questions des mathématiques usuelles. C'est ainsi, qu'entre autres exemples, il développe au chapitre XIV §3.1 de son livre une question simple à exprimer (mais à prouver, pas du tout) sur les tables de Laver, lesquelles sont des structures combinatoires finies définies par une induction... qui est une loi d'autodistributivité gauche.

Terminons par une autre illustration de son humour. Ayant été relecteur de son livre, il m'en a offert un exemplaire avec une dédicace... écrite en russe.

Un homme excellant dans tant de domaines

Philippe Toffin, maître de conférences retraité, université de Caen

Patrick fut nommé professeur de mathématiques à l'université de Caen en 1983. Nos bureaux étaient voisins, et très rapidement il m'invita chez lui. Je fis la connaissance de son épouse Arlette et de leurs trois enfants Julien, Charlotte et Pierre. Ils avaient acheté près d'Évreux une maison quasiment terminée que le propriétaire précédent avait vendue pour des raisons que j'ignore. Patrick avait décidé de bâtir un garage et un auvent pour leurs deux voitures. Je me souviens d'un certain nombre de week-ends où il monta les murs en parpaing, puis de maçon se transforma en charpentier. Il avait fait la connaissance d'un homme de l'art qui, devant l'habileté et la sûreté que montrait Patrick devant ses machines, accepta de lui donner accès à son atelier durant les week-ends.

Patrick et Arlette m'emmenèrent plusieurs années de suite au ski : dans ce domaine comme dans tant d'autres, Patrick regardait attentivement et se lançait. Rapidement les bosses n'avaient plus de secret pour lui.

Patrick avait pris des cours de piano dans sa jeunesse. La musique était très importante pour lui et Arlette, et leurs enfants suivirent des cours. J'ai des souvenirs vraiment émus de soirées où toute cette famille trouvaient une belle unité autour du piano que jouait Patrick.

Lorsque je venais chez Patrick et Arlette le week-end, il était entendu que je disparaissais le dimanche matin parce que j'allais à la messe : je n'ai jamais ressenti aucune gêne pour répondre aux questions des enfants que mon absence matinale provoquait.

En mathématiques Patrick et moi n'avions pas la même spécialité, mais je dus me mettre à la théorie des ensembles pour les TD alors que lui faisait le cours, au niveau maîtrise. En découvrant cette matière, mon regard sur les mathématiques changea profondément. Ce sont vraiment les mots de Patrick qui m'ont aidé à voir que la théorie des ensembles était à la fois une activité mathématique comme une autre et aussi qu'elle était le soubassement de toutes les mathématiques. Patrick avait un art consommé de comprendre ma difficulté en certains endroits, de faire surgir le concept d'un environnement seulement intuitif et d'éclairer de façon inattendue ce qui était ressenti comme un flou douloureux.

Patrick déploya une très grande énergie pour la reconnaissance des mathématiques à l'extérieur de l'université de Caen. Ces efforts aboutirent à la création du laboratoire LMNO – Laboratoire de Mathématiques Nicolas Oresme – CNRS UMR 6139. Pour comprendre comment cela a été possible, il faut revenir des années en arrière. Il fallait d'abord un séminaire : il y eut un séminaire Stern-Dehornoy « Logique et Complexité », puis un séminaire Logique et Algorithmique dirigé par Patrick qui donnait lieu chaque année à un volume d'exposés sur des thèmes allant de la théorie des ensembles jusqu'à la théorie des nombres. En vue d'une reconnaissance extérieure, le laboratoire de Caen fut nommé SDAD (Structures Discrètes et Analyse Diophantienne) et trouva place dans la nomenclature du CNRS comme unité de recherche FRE 2271 (FRE = Formation de Recherche en Evolution). Le CNRS exigea des unités beaucoup plus importantes. C'est ainsi que Patrick, avec de très grands efforts auprès de ses collègues, obtint la création du laboratoire LMNO regroupant la quasi-totalité des mathématiciens.

Patrick eut un rôle essentiel dans l'informatisation du secrétariat des mathématiques. Les secrétaires qui jusque là tapaient des textes mathématiques à l'aide de machines à écrire évoluées se mirent, avec l'aide et les nombreux encouragements de Patrick, à les entrer dans ces ordinateurs très modernes qu'étaient les fameux « MacIntosh ».

La propriété de la maison comprenait un jardin qui a été nettement agrandi par l'acquisition d'une terre voisine. Dans ce qui est devenu un très beau parc, il y a une petite construction non fermée qui évoque une sorte de cloître, avec de la belle musique qui se met en route dès que l'on arrive. Patrick était très discret sur les questions ultimes. Cet endroit simple et beau est une invitation à s'arrêter dans nos vies très agitées et bousculées, faire silence en nous, accueillir tout ce qui se présente à nous.

Pour Patrick, l'une des valeurs capitales qu'il partageait avec Arlette était la famille. Tout ce qu'il vivait quotidiennement était orienté dans cette direction. Il a connu sa première petite-fille Mélissa, chez Pierre et Cheng. Il est parti malheureusement trop tôt pour avoir la grande joie de connaître les deux autres petits-enfants : son premier petit-fils, Gaspard, fils de Julien et Elsa, et sa seconde petite-fille, Ophélie, chez Pierre et Cheng.

L'ordre de Dehornoy sur les groupes de tresses

Christian Kassel, directeur de recherche émérite
CNRS, université de Strasbourg

Patrick Dehornoy, dont j'ai fait la connaissance en septembre 1971 à notre entrée à l'Éns, s'est passionné très tôt pour la théorie des ensembles. À 26 ans, sous la direction de Kenneth McAloon (Paris 7), il a soutenu une thèse d'État [1] intitulée *Ultrapuissances itérées et changement de cofinalité* [2]. Comme il était d'usage à l'époque, Patrick avait également préparé une « deuxième thèse » ; elle portait sur des algèbres commutatives d'opérateurs différentiels linéaires engendrées par deux opérateurs L et M liés par une relation de la forme $M^2 = p(L)$, où p est un polynôme de degré 3. Sur ce sujet que lui avait proposé Jean-Louis Verdier, Patrick a obtenu des résultats (publiés dans [6]) qui ont nécessité de longs calculs algébriques sur ordinateur. Je me rappelle le moment de la soutenance où il a présenté ses calculs imprimés, déroulant de manière théâtrale des mètres de papier listing d'un bout à l'autre de la salle ! En 1983, après quelques années comme chercheur au CNRS, Patrick a été nommé professeur à l'université de Caen ; il y a passé le reste de sa carrière et joué un rôle décisif dans la structuration des mathématiques.

Dans les années 1980, les théoriciens des ensembles étudiant les grands cardinaux étaient tombés sur des structures algébriques très particulières, les « systèmes autodistributifs ». Ce qui faisait défaut était une description fine et complète des ensembles autodistributifs *libres*. Patrick a donné une telle description vers 1990 et en a dérivé un résultat stupéfiant sur les groupes de tresses, jetant ainsi un pont inattendu entre la théorie des ensembles et la topologie.

Les groupes de tresses, alors au cœur de la théorie émergente des groupes quantiques, sont des groupes sans torsion pour lesquels il était naturel de se demander s'ils étaient ordonnables. On savait qu'ils ne possèdent pas d'ordre total invariant par multiplication à la fois à gauche et à droite, alors que d'autres groupes sans torsion comme les groupes libres sont eux bi-ordonnables. Dans ce domaine le résultat le plus spectaculaire de Patrick est la construction d'un ordre total sur les groupes de tresses, invariant par multiplication d'un seul côté (disons à gauche) ; de plus, cet ordre, qui porte désormais son nom, est un bon ordre [3] lorsqu'on le restreint au sous-monoïde des tresses positives.

La construction de Patrick est extrêmement complexe et ingénieuse ; je le sais pour avoir inclus un chapitre sur l'ordre de Dehornoy dans une monographie consacrée aux groupes de tresses. Ce qui m'a posé le plus de difficultés est la rédaction en détail de la démonstration du fait que deux tresses quelconques sont comparables pour l'ordre ; la preuve de Patrick utilise la « réduction des poignées », un algorithme dont il était très fier et dont il s'agit d'établir la convergence, ce qui n'est pas facile. J'ai passé des heures à le tarabuster pour me faire expliquer toutes les subtilités de la chose ; pour lui tout cela était évident, mais pas pour moi.

Dans les années 1990, Patrick a pris son bâton de pélerin pour intéresser les théoriciens des groupes, les topologues, les informaticiens… à ses travaux, en organisant par exemple une série d'ateliers et de conférences interdisciplinaires, prélude au GDR Tresses qui depuis 2000 réunit celles et ceux qui de près ou de loin s'intéressent aux groupes de tresses et à leurs avatars. En 2002 Patrick a été nommé membre senior de l'IUF et en 2005 l'Académie des Sciences lui a décerné le Prix Langevin « pour avoir établi un lien fondamental entre la théorie des ensembles et les groupes de tresses ».

En dehors des mathématiques Patrick avait des intérêts multiples et beaucoup de cordes à son arc : excellent pianiste, polyglotte, sportif, il s'était également improvisé architecte, maçon [4], charpentier ou encore plombier pour agrandir sa belle maison d'Arnières-sur-Iton. Ma famille et moi y avons souvent profité de la généreuse hospitalité de Patrick et Arlette.

Étudiants, Patrick et moi avions entrepris plusieurs voyages ensemble, le plus mémorable étant celui qui nous a menés par voie de terre jusqu'en Inde. Il m'a aussi fait découvrir les plaisirs de la voile ; avec lui comme *skipper*, on se sentait toujours en totale sécurité. En près d'un demi-siècle nous avons passé ensemble des moments inoubliables ; Patrick a été pour moi un ami bien plus qu'un collègue.

La théorie de Garside

François Digne, professeur émérite, université de Picardie Jules Verne

Quand la *Gazette* m'a demandé un texte sur Patrick, je me suis plongé dans les centaines de mails échangés entre 1996 et 2019. J'en extrais

1. Doctorat d'État, remplacé par l'HDR dans les années 1980.
2. Les travaux de Patrick en théorie des ensembles sont bien expliqués dans le texte attenant de Serge Grigorieff.
3. Rappelons qu'un ordre total sur une ensemble E est un *bon ordre* si toute partie de E a un élément minimal.
4. Il avait utilisé la composition du béton donnée dans l'Encyclopedia Universalis !

ci-dessous quelques passages. Ce texte est donc constitué essentiellement de souvenirs personnels d'une amitié de 23 ans.

Notre premier contact remonte à 1996, à la suite de l'article [8] qu'il avait écrit pour la *Gazette* (j'étais à l'époque dans le comité éditorial).

> Nous ne nous connaissons pas directement je crois, mais Marc Hindry m'a dit qu'il t'avait confié le papier que j'ai envoyé à la *Gazette*, et donc, tu dois savoir que je me suis intéressé de près aux tresses dans les derniers temps. Je pense qu'il faudrait que nous en discutions directement.

Comme c'est expliqué dans [8], Patrick, venant de la théorie des ensembles, était arrivé à s'intéresser aux tresses à partir de l'étude des systèmes autodistributifs, c'est-à-dire des lois de composition vérifiant la condition $a \circ (b \circ c) = (a \circ b) \circ (a \circ c)$, et du fait que le monoïde des tresses positives à n brins agit sur S^n si S est un système autodistributif . Cette action s'étend partiellement en une action du groupe de tresses. À partir de cette action Patrick construit son ordre sur le groupe de tresses (voir par exemple le chapitre 2 de [12]).

Les groupistes de leur côté ont commencé à s'intéresser aux tresses à partir de l'étude des représentations des groupes réductifs finis. Depuis les travaux de Deligne et Lusztig en 1975, le passage obligé pour étudier ces représentations est la cohomologie des variétés de Deligne-Lusztig. Au milieu des années 90 Broué et Michel ont généralisé ces variétés qui au départ sont associées aux éléments du groupe de Weyl, en associant des variétés analogues aux éléments du monoïde de tresses (monoïde d'Artin-Tits). Avec Jean Michel nous avions alors étudié les formes normales des éléments des groupes d'Artin-Tits telles qu'elles apparaissent dans les travaux de Thurston, de Deligne et de Charney.

Ma première rencontre avec Patrick a eu lieu en septembre 1996 lors de journées « Algorithmique des tresses » à Strasbourg organisées par Christian Kassel. L'idée de cette rencontre était de rassembler les différentes communautés s'intéressant aux tresses (groupistes, topologues de la basse dimension, combinatoriciens...). Ce fut le début de contacts de plus en plus personnels : journées groupes de tresses, invitations réciproques à plusieurs colloques, création du gdr tresses en 2001, à l'initiative de Patrick qui en fut le premier directeur. Rencontres et discussions ont suivi lors des réunions régulières de ce gdr. Ce fut l'occasion de quelques discussions animées ; je me souviens de l'une d'elles, autour de quelques verres de bon vin, à l'occasion d'un colloque du gdr dans l'île de Berder : quelle était la bonne terminologie ? Jusque là on parlait de « petits groupes gaussiens » (« small Gaussian groups » ou « thin Gaussian groups »). Quels étaient les axiomes à prendre ou à laisser dans la définition ? Cette rencontre au sommet (Patrick, David Bessis, Jean Michel, Luis Paris, et moi) fixa le vocabulaire : ce seront des « groupes de Garside » et la définition précise sera :

Un monoïde de Garside est une paire (M, Δ) telle que

- M est un monoïde simplifiable et atomique.
- M est un treillis pour la divisibilité à gauche et pour la divisibilité à droite.
- Δ (appelé élément de Garside) a les mêmes diviseurs à gauche et à droite.
- Ces diviseurs sont en nombre fini et engendrent M.

On dit alors que le groupe des fractions de M est un groupe de Garside. Le monoïde se plonge dans son groupe comme un groupe de fractions et tout élément a une forme normale comme produit de diviseurs de Δ avec certaines conditions. L'intérêt de ces formes est en particulier qu'elles sont algorithmiquement calculables et qu'elles pemettent de résoudre le problème des mots et le problème de la conjugaison dans le groupe, à la suite des idées de Garside [13], reprises et généralisées par Elrifai et Morton puis par Birman, Gonzales et Gebhardt. Les groupes de tresses associés à des groupes de Coxeter finis sont des groupes de Garside, ainsi que certains groupes de tresses associés à des groupes de réflexions complexes. Ceci a été utilisé (ainsi que l'extension de la notion aux catégories) pour la solution du problème du $K(\pi, 1)$ par Bessis ainsi que pour prouver l'automaticité de ces groupes par Charney.

C'est donc lors de ce colloque en 2001 qu'est née la « théorie de Garside », bien que Patrick ait réfuté plusieurs fois le mot « théorie », jugeant qu'il ne s'agit pas d'une théorie mais que c'est simplement une certaine propriété des mots dans un monoïde, propriété généralisée plus tard aux (petites) catégories, permettant d'obtenir les formes normales en question. Le mot théorie est néanmoins resté.

Puis ce fut le projet en 2008 de l'anr « TheoGar » sur les théories de Garside (pilotée par Luis Paris) qui, après 6 mois de discussions, corrections, formulaires administratifs à faire et à refaire, a pu démarrer en 2009. Le projet annonçait la rédaction d'un livre « Finally, we intend to write a book that would be a reference on the subject ». Je ne suis pas sûr qu'en écrivant cette phrase nous savions à quoi nous nous engagions. L'écriture de notre livre « à dix mains » Foundations of Garside Theory [11] nous a occupés 7 ans. L'idée initiale d'écrire un livre date de 2007 et la version finale a été envoyée à l'éditeur en décembre 2014. Ce travail a donné lieu à bien d'autres discussions, souvent sur des détails de rédaction ou de bibliographie. Patrick a fait un travail considérable. Il a réécrit tous les chapitres de la première à la 700e page pour obtenir une homogénéité de style et de notations : « Mais oui, il faut t'y faire avec moi : je passe mon temps à reprendre les trucs pour les améliorer et les peaufiner ». « Si ça reste dur [à lire], c'est que je n'ai pas encore atteint à la qualité espérée ». Sous son impulsion les axiomes ont été de plus en plus dépouillés et les notions généralisées, pour aboutir à la notion de famille de Garside dans une catégorie. Un monoïde de Garside est devenu un cas particulier de catégorie (à un objet) possédant une famille de Garside finie, à savoir les diviseurs de l'élément de Garside.

Nos échanges de mails sont remplis d'apostrophes, avec une pointe d'humour potache ; par exemple quand l'idée du livre germait : « Je ne sais pas si on arrivera à se mettre d'accord sur quelque chose, mais, a priori, ca me paraît un projet sympa, et une excellente occasion de se fâcher durablement avec vous tous... »

Il y a eu bien d'autres moments partagés avec Patrick au fil de ces années : jogging dans la neige à Banff, dans les calanques à Luminy, autour de l'île de Tatihou ou de l'île de Berder, autour de chez lui à Arnières... Nos rencontres sont devenues familiales avec Arlette et mon épouse Claude. Des similitudes nous rapprochaient : la montagne, la musique, la course à pied, le vélo, nos enfants d'âges voisins. Lui qui avait fait beaucoup de montagne mais avait un peu raccroché, s'étant mis au vélo, je l'ai entraîné à l'ascension en famille de la Grande Ruine dans le massif des Écrins. Tous les ans nous nous retrouvions au festival de musique à la basilique de Saint-Denis. Nous l'avons emmené à un concert de jazz, lui qui était plutôt musique classique. Lui essayait de me persuader de me mettre à l'orgue : il avait acheté récemment un orgue de salon électronique dont les programmes permettent de jouer sur de nombreux orgues du monde entier, un exemple d'un de ses traits de caractère, toujours renouveler et élargir ses intérêts : laisser l'alpinisme pour le vélo en montagne puis le VTT, se mettre au triathlon, après le piano essayer l'orgue, apprendre le chinois après le russe, construire un cloître dans son jardin, passer de la théorie des ensembles à l'algorithmique des tresses...

Patrick Dehornoy et l'informatique fondamentale

Pierre-Louis Curien, directeur de recherche émérite

CNRS, université de Paris

J'ai commencé à fréquenter Patrick Dehornoy dans son univers mathématique au milieu des années 2000, lorsque, prenant son bâton de pélerin, il était venu expliquer dans notre séminaire de théoriciens des langages de programmation son approche à la réécriture, nourrie de son expérience avec l'autodistributivité. Il avait parallèlement soumis par mon intermédiaire un joli article à la revue *Mathematical Structures in Computer Science*, et avait été si heureux des remarques du rapporteur (un « réécrivain » hollandais) qu'il m'avait demandé si je pouvais le mettre en contact avec ce dernier. Et de fil en aiguille, l'article est paru sous les deux noms de Patrick Dehornoy et de Vincent Van Oostrom [10]. Moins d'une dizaine d'années plus tard, à l'issue de son mandat à la direction de l'institut en charge des mathématiques du CNRS (l'INSMI), j'ai été ravi quand Patrick m'a fait part de son souhait de demander un accueil en délégation dans mon laboratoire *Preuves, Programmmes et Systèmes* (PPS), à l'université Paris Diderot. Séjour qui a été suivi par un accueil en qualité de chercheur associé. Patrick ne nous a donc plus quittés. Il avait jusqu'à son décès son bureau à l'IRIF [5]. Il participait régulièrement à notre groupe de travail *Catégories supérieures, polygraphes et homotopie*. Il a prêté son concours à plusieurs événements coorganisés avec nos collègues de Lyon et Marseille. Ainsi, en janvier 2014, il a donné un mini-cours intitulé *Garside calculus* dans le cadre d'une semaine *Algèbre et Calcul* à Lyon. C'est là que j'ai été saisi la première fois, scotché même, par ses talents de conférencier : énergie, précision, clarté lumineuse. Il a aussi été dans le comité scientifique du colloque *Catégories pour la théorie de l'homotopie et la réécriture* qui s'est tenu au CIRM en septembre 2017. Dès les premiers temps de son séjour à Paris Diderot, sous son impulsion, nous avions organisé un groupe de lecture du

5. Institut de Recherche en Informatique Fondamentale, né de la fusion de deux laboratoires : PPS et LIAFA.

« livre bleu » (*Foundations of Garside Theory* [11]), qui était alors en voie d'achèvement. Nous avons ainsi baigné dans les « règles de domino », les « retournements », et autres techniques, qui, toujours plus affinées, se retrouvent dans le travail qu'il a mené chez nous avec Yves Guiraud sur la normalisation quadratique [9]. Plus généralement, ces années nous ont permis de bénéficier de son attitude toujours généreuse et à l'écoute, et de sa volonté d'expliquer et de partager ses passions mathématiques, tel un grand chef cuisinier heureux de voir le sourire sur les visages des convives au moment de la dégustation.

Ces dernières années, ma relation avec Patrick avait pris un tour de plus en plus amical. J'ai eu la chance de les voir régulièrement, son épouse Arlette et lui, jusque dans les dernières semaines [6]. Son besoin d'activité était intact, qu'il s'agisse de corriger des pages Wikipedia sur les tresses, de fignoler des détails de finition dans la chambre d'ami qu'il avait refaite peu avant de tomber malade, ou de confectionner un cake délicieux : perfectionniste en toutes choses ! Le 17 juillet, il m'écrivait ceci : « Je prends un grand plaisir à rédiger un article sur les "règles de domino" qui unifie des types de normalisation divers. J'aime toujours autant mettre au point des lemmes esthétiques et compliqués. » C'est tout lui ! [7]

Une conférence dédiée à la mémoire de Patrick Dehornoy sera organisée à Caen du 9 au 11 septembre 2020. Le site web de la conférence `https://conf.lmno.cnrs.fr/Braids2020/` inclura une page de témoignages, contenant les versions complètes des témoignages ci-dessus ainsi que d'autres témoignages.

Références

[1] P. Dehornoy. « An application of ultrapowers to changing cofinality ». *J. Symbolic Logic* **48**, nº 2 (1983), p. 225-235. issn : 0022-4812. doi : 10.2307/2273541. url : https://doi.org/10.2307/2273541.

[2] P. Dehornoy. « Deux malentendus sur la théorie des ensembles ». *Les 5 minutes Lebesgue* (2018).

[3] P. Dehornoy. « From large cardinals to braids via distributive algebra ». *J. Knot Theory Ramifications* **4**, nº 1 (1995), p. 33-79. issn : 0218-2165. doi : 10.1142/S0218216595000041. url : https://doi.org/10.1142/S0218216595000041.

[4] P. Dehornoy. « Iterated ultrapowers and Prikry forcing ». *Ann. Math. Logic* **15**, nº 2 (1978), p. 109-160. issn : 0003-4843. doi : 10.1016/0003-4843(78)90018-9. url : https://doi.org/10.1016/0003-4843(78)90018-9.

[5] P. Dehornoy. « La théorie des ensembles cinquante ans après Cohen ». *Grenoble, Colloquium mathalp* (2018).

[6] P. Dehornoy. « Opérateurs différentiels et courbes elliptiques ». *Compositio Math.* **43**, nº 1 (1981), p. 71-99. issn : 0010-437X. url : http://www.numdam.org/item?id=CM_1981__43_1_71_0.

[7] P. Dehornoy. « Turing complexity of the ordinals ». *Inform. Process. Lett.* **23**, nº 4 (1986), p. 167-170. issn : 0020-0190. doi : 10.1016/0020-0190(86)90130-4. url : https://doi.org/10.1016/0020-0190(86)90130-4.

[8] P. Dehornoy. « Une autre application de la théorie des ensembles ». *Gaz. Math.* nº 69 (1996), p. 3-20. issn : 0224-8999.

[9] P. Dehornoy et Y. Guiraud. « Quadratic normalization in monoids ». *Internat. J. Algebra Comput.* **26**, nº 5 (2016), p. 935-972. issn : 0218-1967. doi : 10.1142/S0218196716500399. url : https://doi.org/10.1142/S0218196716500399.

[10] P. Dehornoy et V. van Oostrom. « Using groups for investigating rewrite systems ». *Math. Structures Comput. Sci.* **18**, nº 6 (2008), p. 1133-1167. issn : 0960-1295. doi : 10.1017/S0960129508007160. url : https://doi.org/10.1017/S0960129508007160.

[11] P. Dehornoy et al. *Foundations of Garside theory*. **22**. EMS Tracts in Mathematics. European Mathematical Society (EMS), Zürich, 2015, p. xviii+691. isbn : 978-3-03719-139-2. doi : 10.4171/139. url : https://doi.org/10.4171/139.

[12] P. Dehornoy et al. *Why are braids orderable?* **14**. Panoramas et Synthèses [Panoramas and Syntheses]. Société Mathématique de France, Paris, 2002, p. xiv+190. isbn : 2-85629-135-X.

[13] F. A. Garside. « The braid group and other groups ». *Quart. J. Math. Oxford Ser. (2)* **20** (1969), p. 235-254. issn : 0033-5606. doi : 10.1093/qmath/20.1.235. url : https://doi.org/10.1093/qmath/20.1.235.

6. Son décès est survenu le le 4 septembre 2019.

7. La version complète de ce témoignage, intitulée *Patrick Dehornoy au prisme de l'informatique fondamentale*, et comprenant un développement technique, mais accessible, sur les ponts entre la théorie de la réécriture et les techniques développées par Patrick Dehornoy, est disponible sur le site de la smf : `https://smf.emath.fr/publications/la-gazette-des-mathematiciens-164-avril-2020`.