

T. D. n° 3

Tests non-paramétriques pour au moins trois échantillons

Les données des deux premiers exercices sont inspirées du livre de G. Pupion et P.-C. Pupion, éditions Economica, 1998.

Exercice 1. Hauteurs des arbres

Nous souhaitons comparer la hauteur des arbres de deux types de hêtraies. Pouvons-nous dire, à l'aide des mesures de taille exprimées en m et que nous avons reportées dans le tableau ci-dessous, qu'il y a une différence entre les tailles moyennes des arbres des deux hêtraies ?

Type 1	Type 2	Type 1	Type 2
23,4	22,5	24,4	22,9
24,6	23,7	24,9	24,0
25,0	24,4	26,2	24,5
26,3	25,3	26,8	26,0
26,8	26,2	26,9	26,4
27,0	26,7	27,6	26,9
27,7	27,4		28,5

Nous disposons désormais de mesures de taille, exprimées en m , provenant d'une troisième hêtraie.

Type 3	18,9	21,1	21,2	22,1	22,5	23,6	24,5	24,6	26,2	26,7

Y a-t-il des différences entre les tailles moyennes des arbres provenant des trois différentes hêtraies ?

Exercice 2. Dosage de calcium.

On a dosé la teneur en calcium de trois types d'eaux issues d'origines géographiques différentes. Chaque type d'eau a fait l'objet de quatre prélèvements. Les résultats des dosages (en milligramme de calcium par litre d'eau) ont été reproduits dans le tableau ci-dessous.

Eau 1	18	20	22	25
Eau 2	15	16	17	21
Eau 3	15	20	21	25

1. Quel est le test, ci-dessous, qui a été employé pour étudier ces données ? Rappeler brièvement les hypothèses et la procédure de ce test. Justifier l'utilisation de ce test plutôt que celle d'un modèle d'analyse de la variance.
2. Conclure à partir des résultats reproduits ci-dessous.
3. Retrouver la valeur de la statistique du test en la calculant vous-même.

Test de Kruskal-Wallis : Calcium en fonction de Eau

Eau	N	Médiane	Rang moyen	Z
1	4	21,00	8,0	1,02
2	4	16,50	4,0	-1,70
3	4	21,00	7,5	0,68
Global	12		6,5	

B H = 2,92 DL = 2 P = 0,232

* REMARQUE * Un ou plusieurs petits échantillons

Exercice 3. Milieux de culture et colonies.

Des chercheurs souhaitent comparer trois milieux de culture différents A B et C. Pour cela ils ont compté le nombre de colonies bactériennes dans chaque milieu après deux jours. Les résultats ont été reportés dans le tableau suivant.

Milieu	Colonies	Milieu	Colonies	Milieu	Colonies
A	7	B	5	C	6
A	4	B	4	C	7
A	3	B	4	C	6
A	2	B	1	C	5
A	4	B	3	C	7
		B	5	C	6

1. Quel est le test, ci-dessous, qui a été employé pour étudier ces données ? Rappeler brièvement les hypothèses et la procédure de ce test. Justifier l'utilisation de ce test plutôt que celle d'un modèle d'analyse de la variance.
2. Conclure à partir des résultats reproduits ci-dessous.
3. Retrouver la valeur de la statistique du test en la calculant vous-même.

Test de Kruskal-Wallis : Colonies en fonction de Milieu

Test de Kruskal-Wallis sur Colonies

Milieu	N	Médiane	Rang moyen	Z
A	5	4,000	6,9	-1,11
B	6	4,000	6,3	-1,66
C	6	6,000	13,5	2,71
Global	17		9,0	

B H = 7,41 DL = 2 P = 0,025

H = 7,62 DL = 2 P = 0,022 (ajusté pour les nombres de même grandeur)

Exercice 4. Rendements fouragers

Nous nous intéressons à l'ensemble des prairies d'une région donnée et nous souhaitons identifier l'importance, absolue ou relative, de la variabilité de la production fourragère, d'une part, d'une prairie à l'autre, et d'autre part, d'un endroit à l'autre, à l'intérieur des différentes prairies. Dans ce but, nous avons tout d'abord choisi au hasard trois prairies, dans l'ensemble du territoire, puis au sein de chacune de ces trois prairies, cinq petites parcelles, de deux mètres carrés. Dans l'optique d'un échantillonnage à deux degrés, les trois prairies constituent trois unités du premier degré, et les quinze petites parcelles quinze unités du deuxième degré.

Dans chacune des petites parcelles, nous avons mesuré les rendements en matière sèche à une date donnée. Les valeurs observées, exprimées en tonne par hectare, figurent dans le tableau ci-dessous.

	Prairie 1	Prairie 2	Prairie 3
Parcelle 1	2,06	1,59	1,92
Parcelle 2	2,99	2,63	1,85
Parcelle 3	1,98	1,98	2,14
Parcelle 4	2,95	2,25	1,33
Parcelle 5	2,70	2,09	1,83

Les rendements sont-ils homogènes ?

Exercice 5. Comparaison de résultats

Nous disposons de trente échantillons dont nous souhaitons déterminer la teneur en un composé chimique donné. Chacun d'entre eux est analysé avec trois méthodes différentes d'analyse chimique. Les résultats obtenus ont été reproduits dans le tableau ci-dessous.

Échantillon	Méthode			Échantillon	Méthode		
	1	2	3		1	2	3
1	133	129	138	16	153	150	152
2	131	132	138	17	125	123	122
3	119	121	121	18	124	120	124
4	124	124	121	19	127	125	124
5	123	124	124	20	136	132	130
6	122	122	123	21	131	130	133
7	127	131	135	22	136	136	133
8	116	116	115	23	123	120	123
9	116	118	122	24	123	117	116
10	104	101	101	25	122	118	121
11	119	117	115	26	101	104	107
12	126	120	121	27	96	97	98
13	96	93	93	28	108	106	108
14	100	97	99	29	124	122	119
15	103	99	102	30	137	136	134

Observons-nous une différence entre les résultats des différentes méthodes d'analyse chimique ?

Exercice 6. Compotes de pommes

Lors d'une évaluation sensorielle, 31 personnes ont jugé 6 compotes de pommes sur la base de critères relatifs à l'odeur, l'aspect, la texture et la saveur. À la fin chacun attribue une note allant de 0 (je n'aime pas du tout) à 10 (j'aime beaucoup), avec une précision de un dixième. Nous considérerons ces notes comme issues de réalisations de variables quantitatives continues. Le tableau ci-dessous reprend un extrait des $31 \times 6 = 186$ données sur lesquelles sont réalisées les analyses.

Les résultats ont été reportés dans les tableaux suivants. Pouvons-nous mettre en évidence l'influence d'un des facteurs *Juge* ou *Produit* sur la note finale ?

Juge	Ordre	Produit	Note	Juge	Ordre	Produit	Note	Juge	Ordre	Produit	Note	Juge	Ordre	Produit	Note
1	1	andros	4	1	2	scoup	4	1	3	st mamet	1	1	4	delisse	5
1	5	poti	2	1	6	carrefour	7	2	1	scoup	6	2	2	delisse	3
2	3	andros	5	2	4	carrefour	3	2	5	st mamet	7	2	6	poti	0
3	1	st mamet	7	3	2	andros	9	3	3	poti	8	3	4	scoup	0
3	5	carrefour	0	3	6	delisse	0	4	1	poti	3	4	2	st mamet	7
4	3	carrefour	7	4	4	andros	2	4	5	delisse	2	4	6	scoup	0
5	1	delisse	9	5	2	carrefour	2	5	3	scoup	1	5	4	poti	1
5	5	andros	0	5	6	st mamet	3	6	1	carrefour	3	6	2	poti	6
6	3	delisse	4	6	4	st mamet	1	6	5	scoup	0	6	6	andros	1
8	1	poti	7	8	2	delisse	9	8	3	scoup	2	8	4	carrefour	9
8	5	st mamet	7	8	6	andros	8	10	1	delisse	6	10	2	carrefour	7
10	3	poti	2	10	4	andros	6	10	5	scoup	8	10	6	st mamet	3
11	1	andros	8	11	2	st mamet	0	11	3	carrefour	0	11	4	scoup	0
11	5	delisse	0	11	6	poti	3	13	1	andros	6	13	2	poti	0
13	3	st mamet	8	13	4	carrefour	2	13	5	scoup	0	13	6	delisse	6
15	1	st mamet	5	15	2	andros	3	15	3	scoup	1	15	4	poti	0
15	5	delisse	1	15	6	carrefour	6	16	1	carrefour	6	16	2	delisse	2
16	3	poti	1	16	4	scoup	3	16	5	andros	1	16	6	st mamet	0
17	1	scoup	5	17	2	st mamet	1	17	3	delisse	7	17	4	andros	8
17	5	carrefour	4	17	6	poti	0	18	1	delisse	5	18	2	scoup	0
18	3	carrefour	1	18	4	st mamet	5	18	5	poti	0	18	6	andros	3
20	1	carrefour	4	20	2	delisse	3	20	3	scoup	3	20	4	poti	2
20	5	st mamet	2	20	6	andros	4	22	1	scoup	4	22	2	carrefour	1
22	3	st mamet	3	22	4	delisse	1	22	5	andros	1	22	6	poti	0
23	1	poti	4	23	2	andros	7	23	3	delisse	7	23	4	st mamet	5
23	5	carrefour	3	23	6	scoup	4	24	1	st mamet	3	24	2	scoup	6
24	3	andros	0	24	4	carrefour	4	24	5	poti	0	24	6	delisse	5

Juge	Ordre	Produit	Note	Juge	Ordre	Produit	Note	Juge	Ordre	Produit	Note	Juge	Ordre	Produit	Note
26	1	delisse	5	26	2	andros	2	26	3	carrefour	7	26	4	poti	1
26	5	scoup	0	26	6	st mamet	4	27	1	poti	7	27	2	st mamet	5
27	3	andros	6	27	4	scoup	3	27	5	delisse	7	27	6	carrefour	7
28	1	scoup	3	28	2	carrefour	3	28	3	st mamet	2	28	4	delisse	3
28	5	poti	0	28	6	andros	3	29	1	st mamet	8	29	2	scoup	6
29	3	poti	2	29	4	carrefour	6	29	5	andros	4	29	6	delisse	7
30	1	carrefour	7	30	2	delisse	5	30	3	scoup	3	30	4	andros	5
30	5	st mamet	4	30	6	poti	2	31	1	andros	4	31	2	delisse	9
31	3	poti	1	31	4	carrefour	1	31	5	scoup	0	31	6	st mamet	8
36	1	st mamet	3	36	2	scoup	1	36	3	carrefour	2	36	4	poti	0
36	5	delisse	1	36	6	andros	1	39	1	scoup	7	39	2	poti	2
39	3	st mamet	3	39	4	carrefour	5	39	5	andros	3	39	6	delisse	6
41	1	delisse	8	41	2	andros	4	41	3	carrefour	5	41	4	st mamet	4
41	5	poti	10	41	6	scoup	2	42	1	carrefour	5	42	2	delisse	5
42	3	poti	7	42	4	andros	5	42	5	scoup	3	42	6	st mamet	3
44	1	andros	6	44	2	scoup	6	44	3	delisse	3	44	4	st mamet	7
44	5	poti	2	44	6	carrefour	2	46	1	carrefour	4	46	2	poti	6
46	3	st mamet	0	46	4	delisse	4	46	5	scoup	0	46	6	andros	4
47	1	poti	8	47	2	delisse	3	47	3	carrefour	1	47	4	andros	1
47	5	st mamet	4	47	6	scoup	0								