

T. D. n° 5

Intervalles de confiance.

Exercice 1 Intervalle de confiance pour une espérance, pages 246, 247, 248 et 249 du livre « Initiation à la statistique avec R ».

Considérons le fichier `Mesures` qui est dans le package `BioStatR`. Nous voulons construire un intervalle de confiance de l'espérance μ de la variable `taille` des glycines blanches. Pour cela, suivre la démarche suivante.

- Extraire les 54 données des glycines blanches des 252 données des quatre espèces en vous servant de la commande `subset`. Si vous ne savez pas vous servir de la commande `subset`, alors consultez l'aide en ligne. N'oubliez pas de donner un nom à votre jeu de données qui provient de l'extraction.
- Calculer un intervalle de confiance à 95% pour l'espérance de la variable `taille` des glycines blanches.
- Conclure.

Exercice 2 Intervalle de confiance pour une variance, pages 249, 250 et 251 du livre « Initiation à la statistique avec R ».

Considérons le fichier `Mesures` qui est dans le package `BioStatR`. Nous voulons construire un intervalle de confiance pour la variance σ^2 de la variable `taille` des glycines blanches dont l'espérance est inconnue. Pour cela, suivre la démarche suivante.

- Extraire les 54 données des glycines blanches des 252 données des quatre espèces en vous servant de la commande `subset`. Si vous ne savez pas vous servir de la commande `subset`, alors consultez l'aide en ligne. N'oubliez pas de donner un nom à votre jeu de données qui provient de l'extraction.
- Calculer un intervalle de confiance à 95% pour la variance de la variable `taille` des glycines blanches.
- Conclure.

Exercice 3 Intervalle de confiance d'une proportion, page 252 à page 256 du livre « Initiation à la statistique avec R ».

Considérons le fichier `Mesures` qui est dans le package `BioStatR`. Nous voulons construire un intervalle de confiance pour la proportion des gousses de glycine blanche qui ont moins de trois graines présentes dans une gousse. Pour cela, suivre la démarche suivante.

- a) Extraire les 54 données des glycines blanches des 252 données des quatre espèces en vous servant de la commande `subset`. Si vous ne savez pas vous servir de la commande `subset`, alors consultez l'aide en ligne. N'oubliez pas de donner un nom à votre jeu de données qui provient de l'extraction.
- b) Calculer un intervalle de confiance à 95% pour la proportion des gousses de glycine blanche qui ont moins de trois graines présentes dans une gousse.
- c) Conclure.

Exercice 4 Intervalle de confiance pour une espérance.

Une machine fabrique des billes métalliques dont le poids, mesuré en grammes, suit une loi normale. Nous prélevons au hasard 10 billes. Leurs poids sont

19,6; 20; 20,2; 20,1; 20; 19,9; 20; 20,3; 20,1; 19,8.

1. Quel est l'intervalle de confiance à 95% du poids des billes métalliques fabriquées ?
2. En réalité, l'écart-type σ de la population est connu et égal à 0,2. Quel est l'intervalle de confiance à 95% du poids des billes métalliques fabriquées ?

Exercice 5 Intervalle de confiance pour une espérance.

Voulant évaluer rapidement les résultats obtenus par ses 200 étudiants lors d'un partiel, un professeur décide de corriger quelques copies tirées au hasard. Il admet par ailleurs que les notes de ses élèves suivent une loi normale de variance 4.

1. Le professeur corrige un échantillon de 7 copies et trouve une moyenne de 11. Quel est l'intervalle de confiance à 95% de la moyenne des 200 copies ?
2. Combien de copies le professeur doit-il corriger s'il veut situer la moyenne générale de ses élèves dans un intervalle de confiance d'amplitude 2, avec un risque de 5% ?
3. En trouvant une moyenne égale à 11, combien de copies le professeur devrait-il corriger pour pouvoir dire, avec un risque de 1%, que la moyenne de tous les élèves est supérieure à 10 ?

Exercice 6 Intervalle de confiance pour une espérance.

Une entreprise fabrique un certain type de composants électroniques dont la durée de vie X , exprimée en heures, est une variable aléatoire qui suit une loi normale. Des mesures effectuées sur un échantillon aléatoire de taille $n = 50$ ont donné les résultats suivants :

$$\sum_{i=1}^{50} x_i = 60\,000; \quad \sum_{i=1}^{50} x_i^2 = 74 \times 10^6.$$

1. Donner une estimation ponctuelle de la durée de vie moyenne des composants.
2. Donner une estimation ponctuelle de l'écart-type de cette durée de vie.
3. Donner l'intervalle de confiance à 95% de cette durée de vie moyenne.
4. Quelle aurait du être la taille de l'échantillon pour que l'intervalle de confiance à 95% de la durée de vie moyenne des composants ait une amplitude de 60 heures?

Exercice 7 Intervalle de confiance pour une proportion.

À la veille d'une consultation électorale, nous effectuons un sondage.

1. Dans un échantillon représentatif de 1000 personnes, 500 personnes déclarent vouloir voter pour Dupond, 250 pour Durand et 50 pour Duroc. Donner les intervalles de confiance à 95% et 99%, en utilisant la méthode de Wald, de la proportion de personnes ayant l'intention de voter Dupond, Durand ou Duroc.
2. Nous évaluons le pourcentage de personnes ayant l'intention de voter pour un quatrième candidat, Duval, à 17%. Combien faut-il interroger de personnes pour obtenir un intervalle de confiance à 95% de la proportion de personnes ayant l'intention de voter Duval, avec une précision de 1%?

Remarques :

1. Cette précision est aussi parfois appelée « marge d'erreur ».
2. La précision est égale à l'amplitude de l'intervalle divisée par deux.