Enquêtes et Sondages

Examen

Durée : 1h30 – Calculatrice autorisée – Sans document

Exercice 1. Strates de médecins

Dans une grande ville, on considère le nombre moyen de clients que peut avoir un médecin pendant une journée de travail. On part de l'idée *a priori* que plus le médecin a d'expérience, plus il a de clients. Cela nous amène à classer la population de médecins en 3 groupes : les « débutants » (classe 1), les « confirmés » (classe 2) et les « très expérimentés » (classe 3). Par ailleurs, on suppose que l'on connaît, dans la base de sondage de médecins, la classe de chacun d'entre eux (1, 2 ou 3). Ainsi, on dénombre 500 médecins en classe 1, 1000 en classe 2 et 2500 en classe 3. Par sondage aléatoire simple, on tire 200 médecins dans chaque classe. On calcule alors, dans chaque classe, le nombre moyen de clients par jour et par médecin échantillonné : 10 en classe 1, puis 15 en classe 2 et 20 en classe 3. On calcule enfin les dispersions corrigées des nombres de clients par médecin dans des 3 échantillons et on trouve respectivement 4 (classe 1), 7 (classe 2) et 10 (classe 3).

1. Comment s'appelle ce plan de sondage ? Justifiez *a priori* sa mise en œuvre.
2. Comment estimez-vous le nombre moyen de clients soignés par jour et par médecin ?
3. Donner un intervalle de confiance à 95 % pour le « vrai » nombre moyen de clients soignés par médecin et par jour.
4. Si vous n'aviez comme contrainte que le nombre total de médecins à enquêter (soit 600), procéderiez-vous comme ci-dessus ?
5. Quel est le gain de variance estimée obtenu avec une allocation proportionnelle par rapport au sondage aléatoire simple (de taille 600) ?
6. Ce gain aurait-il été numériquement différent si on avait naïvement estimé la dispersion vraie S_y^2 par la dispersion simple s_y^2 calculée sur l'ensemble de l'échantillon ?

Exercice 2.

Soient une population $U = \{1, 2, 3\}$ et le plan suivant :

$$\mathbb{P}[\{1,2\}] = \frac{1}{2}, \quad \mathbb{P}[\{1,3\}] = \frac{1}{4}, \quad \mathbb{P}[\{2,3\}] = \frac{1}{4}.$$

1. Donner la distribution de probabilité du π-estimateur de la moyenne.
2. Donner la distribution de probabilité du ratio de Hájek de la moyenne.
3. Donner les distributions de probabilité des deux estimateurs classiques de variance du π-estimateur au cas où $y_k = \pi_k, k \in U$.