Contrôle optimal TP2

S1

December 5, 2013

Rendez-vous spatial

Considérons le rendez-vous de deux vaisseaux spatiaux au voisinage de la terre. Supposons que le véhicule 1 est passif et de trajectoire circulaire, et que le véhicule 2 est actif dont le moteur exerce une poussée w pour rattraper le véhicule 1. Désignons par z le vecteur linéalisé de la position du véhicule 2 dans repère mobile d'origine le véhicule 1, alors z obéit aux équations de Hill

$$\dot{z}(t) = Az(t) + Bw(t),\ z(0) = z_0 \tag{1}$$

où

$$z(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \\ y(t) \\ \dot{y}(t) \end{pmatrix},\ w(t) = \begin{pmatrix} w_1(t) \\ w_2(t) \end{pmatrix},\ A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 3\omega^2 & 0 & 0 & 2\omega \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -2\omega & 0 & 0 \end{pmatrix},\ B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Supposons qu'on veut faire entrer en collison le véhicule 2 avec le véhicule 1 au temps T avec une vitesse relative nulle en ayant pour contrôle la poussée w.

1. Soit la fontion coût :

$$J(u) := \frac{\varepsilon}{2}\int_0^T w^2(s)ds + \frac{1}{2}z^2(T),$$

Montrer que soit $P :\ [0,T] \longrightarrow \mathbb{R}^4$ solution de

$$\begin{cases} \dot{P}(t) = -A^T P \\ P(T) = z(T) \end{cases},$$

alors

$$\nabla J = \varepsilon w + B^T P.$$

2. Décrire et mettre en oeuvre une méthode numérique de résolution de l'équation (1).
3. Le problème du contrôle optimal: chercher le contrôle $\bar{w}$ tel que

$$J(\bar{w}) = \min_w J(w).$$

Ecrire un algorithme pour calculer numériquement le contrôle optimal w. Le programmer.

4.Tester cet algorithme pour diverses valeurs de ε, T et z_0. Commentez vos résultats. Que remarquez-vous pour le paramètre ρ dans la méthode de gradient ?