Math. Semesterber. 50, 1–27 (2003)

Digital Object Identifier (DOI) 10.1007/s00591-003-0062-1

Norbert Schappacher

Politisches in der Mathematik: Versuch einer Spurensicherung

Eingegangen am 2. Januar 2003 / Angenommen am 4. März 2003

Zusammenfassung. Verschiedene Beispiele aus der Mathematikgeschichte werden angerissen, in denen die politisch-gesellschaftlichen Umstände Einfluß auf mathematische Entwicklungen hatten. Im Zentrum steht die Deutung von Hermann Weyls Buch 'Das Kontinuum' von 1918 als mathematisch-literarische Verarbeitung des Weltkriegs. In einem Exkurs werden mit Bezug auf B. Heintz' Buch "Die Innenwelt der Mathematik" die Möglichkeiten der Mathematiksoziologie angesprochen.

Inhaltsverzeichnis

Für Johann Gottlieb Fichte (1762–1814) sollte die Philosophie – die er *Wissenschaftslehre* nannte – "eine pragmatische Geschichte des menschlichen Geistes sein" [Fichte 1794, S. 365]. Und Georg Wilhelm Friedrich Hegel (1770–1831) ging noch etwas weiter, als er in der Vorrede zu seiner Rechtsphilosophie erklärte, daß nicht nur "jedes Individuum ... ein Sohn seiner Zeit" – an Töchter dachte Hegel hier weniger –, sondern ebenso "auch die Philosophie, ihre Zeit in Gedanken erfaßt" sei [Hegel 1821, S. 35].

Kaum jemand – Hegel selbst schon gar nicht – käme auf den Gedanken, dasselbe von der Mathematik zu behaupten. Viel näher liegt der Gedanke, daß umgekehrt die Fortschritte der Mathematik vermittels ihrer Anwendungen in Naturwissenschaft und Technik ihre Zeit prägen. Und diese Ansicht hat heute besonders viel für sich, da alle Welt *smart cards* und *Handys* und somit die darin implementierten, von Mathematikern ersonnenen Algorithmen benutzt, und mancher Zeitgenosse vom Handel mit *Börsenderivaten* zu profitieren sucht, den es ohne die tiefliegenden Entdeckungen der Finanzmathematik der letzten 40 Jahre gar nicht gäbe. Kurzum,

Dieser Artikel folgt in weiten Teilen dem Manuskript meiner Darmstädter Antrittsvorlesung vom 10. Juli 2002. Einige Passagen, insbesondere der weiter entwickelte Abschnitt 3, wurden aber für diese von den Herausgebern angeregte Veröffentlichung in den Mathematischen Semesterberichten neu geschrieben.

N. Schappacher: Technische Universität, Mathematik, AG 2, Schlossgartenstr. 7, 64289 Darmstadt, Germany; e-mail: schappacher@mathematik.tu-darmstadt.de

jeder, der sich heute überhaupt mit der Rolle der Mathematik beschäftigt, nimmt deren Anwendungen als wichtigen Teil unserer Zeit wahr.

Daß aber die krause Kontingenz unserer gesellschaftlichen Wirklichkeit in die kristallene Klarheit der mathematischen Theorien hineinleuchten sollte, wirkt schon wegen der Abstraktheit dieser Theorien unglaubwürdig. Vor allem durch die einzigartige Gewißheit, die ihre Beweise zu schaffen in der Lage sind, erscheint die Mathematik von der Buntheit des Zeitgeschehens weit entrückt: Daß $2+2=4$ ist; daß das Verhältnis von Umfang zum Durchmesser eines Kreises eine vom Kreis unabhängige Konstante π ist, die sich – um nur soviel hier zu sagen – nicht durch das Verhältnis zweier ganzer Zahlen ausdrücken läßt: solche Theoreme stehen nicht zur Debatte, sind von unserer Wirtschaft und Staatsform, von den politischen Meinungen, von Nation, Herkunft und Klasse dessen, der diese Wahrheiten studiert, ganz und gar unabhängig. Wie also sollen sich die Zeitläufte in mathematischen Sätzen spiegeln?

Werfen wir zum Auftakt einen Blick in das Europa des sechzehnten Jahrhunderts, und insbesondere nach Frankreich, den mich die italienische Mathematikhistorikerin Giovanna Cifoletti gelehrt hat [Cifoletti 1996].

1. Wie arabisch ist die Algebra ?

Die binomische Formel
$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$
gehört zum Schulwissen. Es ist aber noch nicht lange her, daß dieses Gesetz auf der Schule nicht als Buchstabenformel, sondern noch in Form der rhetorischen Algebra als Merkspruch gelehrt wurde:

Das Quadrat der Summe zweier Zahlen ist gleich der Summe der Quadrate der beiden Zahlen vermehrt um das doppelte Produkt der beiden Zahlen.

Abgesehen von der unschönen Wiederholung des Wortes "Zahlen" in diesem Spruch – eines Wortes, das außerdem irreführend ist, insofern die Formel genauso für Polynome, Funktionen, ..., allgemein, wie man seit dem 20. Jahrhundert sagt, für beliebige Elemente eines kommutativen Ringes mit Einselement gilt –, abgesehen davon also ermöglichen Formeln wie die binomische vor allem einen ebenso platzsparenden wie durchsichtigen Kalkül für die Umformung algebraischer Gleichungen. Die Einführung dieses Kalküls war *die* große neuzeitliche Revolution der Algebra. Die Neuzeit schuf hierdurch eine neue, emanzipierte Algebra und fand in dieser gleichzeitig einen neuen Zugang zu geometrischen Konstruktionsproblemen, die die Antike ungelöst hinterlassen hatte – z.B. zur Kreisquadratur oder zu dem damals sehr berühmten *Problem der mittleren Proportionalen.*[1]

Diese wissenschaftliche Revolution geschah nicht an einem Tag, sondern entwickelte sich in Italien, Deutschland und Frankreich über gut zweihundert Jahre, etwa von der Mitte des 15. bis zur Mitte des 17. Jahrhunderts. Die Historikerin

[1] *Gegeben zwei Strecken a und b, finde zwei Strecken, so daß $a : x = x : y = y : b$ ist.* – Vgl. [Bos 2001, §2.4].

Giovanna Cifoletti hat sich mit dem Abschnitt dieses Prozesses beschäftigt, der im 16. Jahrhundert in Frankreich spielt und mit Jean Borrel[2], mit dem Logiker Petrus Ramus[3], dem Mathematiker, Mediziner und Grammatiker Jacques Peletier aus le Mans (1517–1582), mit Guillaume Gosselin[4] und besonders mit dem Namen des Starrechtsanwalts François Viète (1540–1603) verknüpft ist, der in Deutschland meistens latinisiert als Vieta bekannt ist. (Nach ihnen wird die Stafette im 17. Jahrhundert durch René Descartes (1596–1650) und Pierre de Fermat (1601(?)–1665) weitergetragen.) Vor allem bei François Viète geschieht der Durchbruch zur formalen Behandlung von Größen, wenn auch seine Notation bei weitem noch nicht unsere heutige ist, und man Studenten in Seminaren zur Mathematikgeschichte durch Textstellen von Viète leicht in Verlegenheit bringen kann. Viètes Motto am Ende seiner Einführung in die Kunst der Analysis war[5]:

`NULLUM NON PROBLEMA SOLVERE`

d.h.

KEIN PROBLEM UNGELÖST LASSEN.

Diese französischen Gelehrten arbeiteten nicht nur an dem neuen, formalen Algebrakalkül; sondern sie entwickelten im selben Zuge ihre jeweils eigene Darstellung der Geschichte der Algebra. Nun kommt der Name dieser Disziplin bekanntlich aus dem Arabischen, genauer geht er auf den Titel des ersten systematischen (freilich ganz auf lineare und quadratische Gleichungen beschränkten) Algebra-Buches der Mathematikgeschichte zurück: auf al Chwarizmis "Kitab al-jabr wa al-muqabalah" aus dem Bagdad des frühen 9. Jahrhundert. 'al-jabr', das in der Medizin das Wiedereinrenken eines Gelenks bezeichnete, stand bei al Chwarizmi für das Rüberschaffen negativer Terme auf die andere Seite der Gleichung; 'al-muqabalah' für das Zusammenfassen von Termen gleicher Art, d.h. von Vielfachen der gleichen Potenz der Unbekannten. Diese arabische Vorgeschichte der Algebra paßte schlecht zu dem humanistischen Bildungsideal im Frankreich des 16. Jahrhunderts. Liest man zum Beispiel die Essais von Montaigne, der übrigens ein guter Bekannter des oben erwähnten Jacques Peletier war,[6] so quellen einem Zitate aus

---

[2] Bekannter unter dem Namen 'Buteo'; geb. ~1492; gest. zwischen 1564 und 1572.

[3] Pierre de la Ramée; *1515, seit 1562 Calvinist, 1572 in der Bartholomäusnacht in Paris, wie 3000–4000 andere Protestanten, ermordet.

[4] Aktiv im 16. Jahrhundert; publizierte seine Schrift *De arte magna* im Jahre 1577.

[5] François Viète, In artem analyticen isagoge; Tours 1591. – Zitiert nach [Bos 2001, p. 146].

[6] Er wird einmal erwähnt, als Montaigne seine Skepsis gegenüber Theorien darlegt: Montaigne, Essais, Livre II, chapitre XII (p. 555 der 1962 von A. Thibaudet und M. Rat besorgten Pleiade-Ausgabe von Montaignes *Œuvres complètes*): "Or ce sont choses, qui se choquent souvent: et m'a l'on dit qu'en la Geometrie (qui pense avoir gaigné le haut point de certitude parmy les sciences) il se trouve des demonstrations inevitables, subvertissans la verité de l'experience: comme Jacques Peletier me disoit chez moy, qu'il avoit trouvé deux lignes s'acheminans l'une vers l'autre pour se joindre, qu'il verifioit toutefois ne pouvoir jamais jusques à l'infinité, arriver à se toucher; et les Pyrrhoniens ne se servent de leurs argumens et de leur raison que pour ruiner l'apparence de l'experience; et est merveille jusques où la soupplesse de nostre raison les a suivis à ce dessein de combattre l'evidence des effects: car

klassischen Autoren von Herodot bis Cicero, Lukrez und vielen anderen antiken Klassikern entgegen.

In diesem intellektuellen Klima bekamen eventuelle vor-arabische Ursprünge der Algebra eine neue Bedeutung. Während Peletier 1554 die arabischen Ursprünge (freilich in Form des Mythos eines Autors namens "Geber") noch gleichberechtigt neben dem Hinweis auf die im 15. Jahrhundert wiederentdeckten griechischen Manuskripte Diophants erwähnt, und sich mit gelegentlichen Seitenhieben auf die primitive Art und Weise begnügt, in der die Araber ihre Wissenschaft angeblich gepflegt haben, ersetzt Borrell alias Buteo 1559 den Namen Algebra durch den hellenisierenden Ausdruck *Logistica*, oder spezifischer durch das lateinische *quadratura*, und erläutert in Bezug auf die arabischen Wissenschaftler:

> *Der Gebrauch und die Einsicht in die quadratura ist mit einer besonderen Schwierigkeit verbunden, die eher der Fehler der Überlieferer ist, als daß sie in der Natur der Sache läge. Diese nämlich, da sie überhaupt keine wissenschaftliche Methode kennen und mit Sachen und Worten barbarisch umgehen, verwickeln alles so und bringen es durcheinander, daß nichts verwirrender sein könnte, und so verdunkeln sie die Sinne des Lesers, indem sie gleichsam Wolken zusammenballen.*

Bei Ramus findet sich neben dem Hinweis 1569 auf die griechischen Ursprünge im Diophantus, ab 1586 in den posthumen Ausgaben seiner Algebra auch eine damals modische Geschichtsfabel auf die Algebra angewendet, derzufolge die alten Griechen ihrerseits nur Überlieferer einer noch älteren Wissenschaft, gewissermaßen der Urpflanze unter den Wissenschaften waren, die nach Meinung der damaligen Franzosen letztlich gallischen Ursprungs ist. Dieser Mythos verschaffte unseren Autoren geradezu eine historische Sendung und gliederte die Schöpfung der modernen Algebra in ein großes geschichtliches Schema der entstehenden französischen Nation ein.

Gosselin und Viète schließlich hatten, im Gegensatz zu ihren Vorgängern, direkten Zugang zu Diophants Text und wußten sehr genau, welche Aspekte sie für ihr Algebra-Projekt benutzen wollten und welche nicht. So sieht sich François Viète als direkter Fortbildner hellenistischer Methodenlehre und Wissenschaft (er greift

---

ils verifient que nous ne nous mouvons pas, que nous ne parlons pas, qu'il n'y a point de poisant ou de chaut, avecques une pareille force d'argumentations, que nous verifions les choses plus vray-semblables. Ptolomeus, qui a esté un grand personnage, avoit estably les bornes de nostre monde; tous les philosophes anciens ont pensé en tenir la mesure, sauf quelques Isles escartées, qui pouvoient eschapper à leur cognoissance; c'eust esté Pyrrhoniser, il y a mille ans, que de mettre en doute la science de la Cosmographie, et les opinions qui en estoient receuës d'un chacun; c'estoit heresie d'avouer des Antipodes; voila de nostre siecle une grandeur infinie de terre ferme, non pas une isle, ou une contrée particuliere, mais une partie esgale à peu pres en grandeur à celle que nous cognoissions, qui vient d'estre descouverte. Les Geographes de ce temps ne faillent pas d'asseurer que mes-huy tout est trouvé et que tout est veu, `Nam quod adest præsto, placet, et pollere videtur`. Sçavoir mon, si Ptolomée s'y est trompé autrefois sur les fondemens de sa raison, si ce ne seroit pas sottise de me fier maintenant à ce que ceux-cy en disent, et s'il n'est pas plus vray-semblable, que ce grand corps, que nous appellons le monde, est chose bien autre que nous ne jugeons."

den Begriff der Analysis nach Pappus auf) und ist nicht zimperlich, wenn es darum geht, den historischen Beitrag der Araber, und allgemeiner der "Barbaren" seines Geschichtsbildes, abzukanzeln[7]:

> *Die Kunst, die ich heute vorlege, ist eine neue Kunst, oder jedenfalls durch die Jahrhunderte derart heruntergekommen, derart beschmutzt und besudelt von den Barbaren, daß ich es für nötig gehalten habe, ihr eine ganz neue Form zu geben...*

Cifoletti hat im Einzelnen aufgezeigt, wie die Geschichtserzählungen der Algebraiker zu den intellektuellen Tendenzen der französischen Juristen und zur entstehenden Historikerzunft jener Zeit parallel laufen. Ich verfolge dies hier nicht. Ich möchte nur noch darauf hinweisen, daß der Anti-Arabismus, den wir gesehen haben, zwar unter den Intellektuellen in der gegebenen Situation offensichtlich eine Option war; daß er aber zu der Tagespolitik Frankreichs im 16. Jahrhundert nur bedingt paßt. Diese nämlich war erstens durch die dramatischen Hugenottenkriege und zweitens durch den Kampf gegen Spanien und Habsburg bestimmt, und in diesem Kampf konnte ggbf. auch eine Koalition mit den Türken ein probates Mittel sein. Viète half übrigens Heinrich dem III. und Heinrich dem IV. in seinem Kampf gegen die Spanier durch Entzifferung von deren fast 600 Zeichen benutzenden Geheimschrift.

Nun mag man einwenden: Daß sich Zeitumstände, wie hier der – man könnte sagen – humanistische Araberhaß, in Widmungsbriefen oder Vorworten mathematischer Bücher in verzerrter Geschichtsschreibung niederschlagen, mag ja sein. Aber damit werde doch nicht die Algebra selbst politisiert, die damals entstand. Darauf könnte ich dann spitzfindig zurückfragen, was denn das sei: "die Algebra selbst". – Wie dem auch sei, es ist vielleicht nicht ganz uninteressant zu wissen, welche Schutzengel an der Wiege der Buchstabenalgebra im europäischen Abendland standen.

Ich werde aber hiermit die Spurensicherung in den Vor- oder Geleitworten von Mathematikbüchern abbrechen, um mich dem mathematischen Inhalt selbst zuzuwenden.

Nur ein Beispiel eines politischen Vorwortes sei mir noch gestattet, in dem man, wenn man nicht von älteren Kollegen darauf hingewiesen wurde, tatsächlich kriminalistische Spurensuche treiben muß, um den Schlachtruf zu entdecken, der darin enthalten ist: Schreibt man die Anfangsbuchstaben der ersten 21 Sätze des Vorworts von Roland Weitzenböcks[8] Buch über Invariantentheorie [Weitzenböck 1923] hintereinander, so ergibt sich, was an sich schon recht unwahrscheinlich ist, ein sinnvoller Satz – nämlich:

NIEDER MIT DEN FRANZOSEN.

[7] Aus der Widmung an Catherine de Parthenay des *Opus Restitutae Mathematicae Analyseos* von ca. 1591.

[8] Geb. 1885 in Kremsmünster bei Graz; Dr. Wien 1910; nach kurzzeitigen Professuren in Prag und Graz 1918–1920 ab 1921 in Amsterdam, seit 1923 als Professor. † 1955. – Ich danke Catherine Goldstein und Jim Ritter für diese Angaben.

Roland Weitzenböck war ein Wahlholländer aus Österreich. Er und der Topologe und Begründer des Intuitionismus Luitzen Egbertus Jan Brouwer (1881–1966) waren am Anfang der 1920er Jahre die mathematischen Lehrer des jungen Bartel L. van der Waerden, der zehn Jahre später, nach seinem Studium bei Emmy Noether, in seinem Buch "Moderne Algebra" die nächste große Revolution der Algebra nach Viète festschreiben sollte.[9] Weitzenböck wie Brouwer fühlten sich der Idee einer deutschen Revanche nach dem unverstandenen Verlust des Ersten Weltkriegs verbunden. Im Jahre 1940 war Weitzenböck in Amsterdam übrigens der letzte Mathematiker, der zum korrespondierenden Mitglied der Preußischen Akademie der Wissenschaften in Berlin ernannt wurde [Begehr 1998, S. 89]. Auch wenn Weitzenböcks Vorwort von 1923 in seiner Machart einzigartig zu sein scheint, ist es doch für die frühen 1920er Jahre charakteristisch, in denen die Wissenschaften unmittelbar politisiert waren. So gab es z.B. im Rahmen der vielfältigen Bestrafungen des Agressors Deutschland einen internationalen Boykott der deutschen Wissenschaft, der im Falle der deutschen Mathematiker z.B. dazu führte, daß sie weder an dem Internationalen Mathematikerkongress 1920 in Strasbourg noch 1924 in Toronto teilnehmen durften.

2. Weltkriegsanalysis : Hermann Weyl

Es ist heute gar nicht leicht, den Geisteszustand nachzuvollziehen, der gleich ab August 1914 die Zeit des Ersten Weltkriegs in den europäischen Teilnehmerländern kennzeichnete. Ein quasi-religiöser Patriotismus appellierte an tiefste Erlebnisse und höchste Ideale; viele Menschen begrüßten das Ende der vermeintlich langweiligen Friedenszeit mit Begeisterung, während die militärischen Aktionen sehr schnell, um mit George Mosse zu reden, eine *Brutalisierung* der Zivilisation erkennen ließen, die in den letzten Jahren für die historischen Verstehensversuche dieses Krieges ein immer wichtigerer Begriff geworden ist.[10]

Die ideologische Rolle der Religionen in dieser Zeit ist ebenso bemerkenswert wie die der Wissenschaften. So inkantierte z.B. die Menschenmenge auf dem Alexanderplatz am Nachmittag des 1. August 1914 nach der Verkündung der Mobilisierung nicht etwa einen nationalen oder martialischen Gesang, sondern den lutherschen Choral: *Gott, tief im Herz* [Audoin-Rouzeau & Becker 2000, S. 138]. So rief kein anderer als der Bischof von London, Arthur Winnington-Ingram, 1915 zum totalen Völkermord an den Deutschen auf – "nicht aus Vergnügen am Töten, sondern um die Welt zu retten." Und er fügte ausdrücklich hinzu, daß diese Ausrottungskampagne keinen Unterschied machen dürfe zwischen guten und bösen Deutschen [Audoin-Rouzeau & Becker 2000, S. 123].

[9] Siehe Brief (Privatbesitz Familie Kneser) von Brouwer (Blaren, Nordholland) an Hellmuth Kneser (Göttingen) vom 21.10.1924, wo es über van der Waerden heißt: "... In einigen Tagen kommt ein Schüler von mir (oder eigentlich mehr von Weitzenböck) nach Göttingen zum Wintersemester ... " – Ich danke Herrn Martin Kneser für den Hinweis auf diesen Brief.

[10] Siehe stellvertretend das überblicksartige Büchlein [Audoin-Rouzeau & Becker 2000], hier etwa S. 48f und 193. Im Gegensastz zu Mosse beziehe ich den Terminus hier zunächst nur auf die Zeit während oder unmittelbar nach dem Ersten Weltkrieg.

Und so präsentierte der angesehene Doktor Bérillon 1915 vor der Pariser Akademie seine Schrift über die "Fötide Bromidrose der deutschen Rasse", in der er Stoffwechselanalogien zwischen dem Deutschen und dem Iltis konstatierte – der französische Ausdruck *putois* für Iltis suggeriert schon vom Wort her einen üblen Geruch[11]. So könne laut Bérillon der Deutsche die Urinabfuhr nicht vollständig über die Nieren leisten; der Rest werde übelriechend über die Schweißdrüsen ausgeschieden.[12] Weniger skabrös aber durchaus vergleichbar ist das Buch des Physikers und wissenschaftshistorischen Schriftstellers Pierre Duhem über die Deutsche Wissenschaft aus demselben Jahr 1915, in dem er nach Blaise Pascal zwischen dem deduktiven, nur formal ableitenden, unkreativen "esprit de géométrie" einerseits und dem wahrhaft schöpferischen "esprit de finesse" andererseits unterschied – man errät schon, welchen Esprit der Franzose Duhem bei den deutschen Naturwissenschaftlern und Mathematikern, und welchen er bei seinen französischen Landsleuten diagnostizierte.[13]

Unter den französischen Mathematikern sind besonders der mehrfache Minister und Premierminister (u.a. im Ersten Weltkrieg) Paul Painlevé (1863–1933) und der vielseitige Gelehrte und große Mathematiker Émile Picard (1856–1941) für ihre anti-deutschen Texte aus dem Ersten Weltkrieg und den Jahren danach bekannt. Beide stellen aber insofern weniger krasse Fälle denn Dr. Bérillon oder Pierre Duhem dar, als Painlevé eben in der aktiven Politik stand und Picard sich als bedeutendes Mitglied der Pariser *Académie* lediglich unter dem Schlachtruf *Pour la Vérité* gegen die deutsche Kriegsrhetorik einer durch die Leistungen in den Wissenschaften begründeten kulturellen Überlegenheit Deutschlands zur Wehr setzte. Freilich geriet Picard dabei sein Porträt der deutschen Wissenschaft zur Karikatur. So etwa, wenn er die Geschichte der Wissenschaften von großen Deutschen weitgehend reinigte[14]; den deutschen Wissenschaftlern zwar Fleiß und eine große Veröffentlichungsflut

[11] ... während beim hochdeutschen Namen des Stinkmarders nur eine etymologische Konjektur auf die indoeuropäische Wurzel *uis = Gestank führt – vgl. "Iltis" in : W. Pfeiffer (Hrsg.), Etymologisches Wörterbuch des Deutschen, Berlin (Akademie Verlag) 1993 / München (dtv) 1995.

[12] Siehe [Audoin-Rouzeau & Becker 2000, S. 124]. Ich verdanke meine Kenntnis der Erzeugnisse Bérillons Frau Josiane Olff-Nathan, vgl. ihre unveröffentlichte DEA Arbeit aus Strasbourg: La science des physiciens et des mathématiciens allemands sous le régime national-socialiste. Die Idee eines typischen Feindgeruchs findet sich in zahlreichen Frontberichten des Ersten Weltkriegs auf allen Seiten.

[13] [Duhem 1915]. Vgl. die eben erwähnte DEA-Arbeit von J. Olff-Nathan, S. 22f.

[14] Siehe [Picard 1916] – Ich danke Birgit Petri und Tilman Heisterhagen, durch deren Vermittlung ich den Wiederabdruck dieses Textes in [Coleman 1981] zum ersten Mal ganz lesen konnte. Etwa Seite 7: "Nous nous proposons, en jetant un rapide coup d'œil sur l'histoire des sciences, de montrer que, effectivement, la plupart des contributions essentielles, tant théoriques que pratiques, n'appartiennent pas à des savants ou inventeurs allemands." Dabei spielen natürlich Bewertungen von Gebieten und Leistungen in den Wissenschaften eine entscheidende Rolle. In der Mathematik z.B. bescheinigt Picard Gauss überragende Meisterschaft in der modernen Zahlentheorie (S. 12). Aber diese "science du discontinu" sei eben "si difficile pour nos esprits habitués par les phénomènes naturels à l'idée de continuité", daß es später "un des grands mérites d'Hermite" [Picards Schwiegervaters] war, "d'introduire le continu dans certaines questions d'arithmétique supérieure." (S. 12–13)

bescheinigte, sie aber gleichzeitig als verdorben von Kantischem Apriorismus, als formalistisch und als unfähig darstellte, Wichtiges von Unwichtigem zu unterscheiden.[15] Die Bekanntheit der Schriften Painlevés und Picards – wenn auch nur wenige sie gelesen haben – entspricht der öffentlich sichtbaren Stellung dieser beiden Mathematiker. Man sollte ihre Weltkriegstexte aber im Kontext, ja gewissermaßen in der Kontinuität der französischen (Wissenschafts-)Politik seit dem Schock der Niederlage 1870–71 bis zum Boykott deutscher Wissenschaft Anfang der 1920er Jahre sehen.[16] Das würde allerdings den Rahmen dieses Aufsatzes sprengen.[17]

Theorien wie die von Bérillon oder Stiluntersuchungen wie die von Duhem verweist man heute gerne in den Bereich der Pseudowissenschaft. Damit erspart man sich das Studium dieser historischen Dokumente. Sie gehören aber natürlich zur Geschichte der Wissenschaften. Tatsache ist, daß Doktor Bérillon bei seinem Auftritt vor der hohen Akademie seinerzeit nicht ausgelacht wurde. Und Duhems Schrift ist geradezu ein typisches Produkt ihrer Zeit; dieses *genre* ist, wenn auch weniger ideologisch, ebenso in Felix Kleins Göttinger Seminaren und Vorlesungen aus jener Zeit[18] vertreten, und wir werden später noch Ähnliches von Ludwig Bieberbach zu hören bekommen.

Den Riesenkorpus der von deutschen Geisteswissenschaftlern während des Ersten Weltkriegs produzierten Literatur hat sich der emeritierte Bochumer

[15] [Picard 1916, S. 22f *et passim*]. Siehe auch [Picard 1917].

[16] Émile Picard zum Beispiel hatte 1905 für ein breites Publikum das Buch *La science moderne et son état actuel* bei Flammarion in Paris veröffentlicht. Es wurde 1913 auch auf Deutsch herausgebracht in der Übersetzung von F. und L. Lindemann. Seine Weltkriegsäußerungen bieten im Vergleich hiermit, abgesehen von der Karikatur der deutschen Philosophie, kaum mehr als eine emotionale Zuspitzung. Seit 1917 war er als *Sécrétaire perpétuel de l'Académie de Paris* einer der stärksten Befürworter des Boykotts der deutschen Wissenschaft. 1920 präsidierte er in Strasbourg dem ersten Internationalen Mathematiker-Kongress, von dem die Deutschen ausgeschlossen waren. – Ein ebenfalls mit Strasbourg verbundener Text, der einen hochinteressanten Vergleich mit Picards Äußerungen gestattet, ist Maurice Fréchets *Leçon d'ouverture du Cours d'analyse supérieure* vom 17. November 1918 an der frisch eröffneten Université de Strasbourg, in den Hallen des in den 1870ern von den Deutschen aus dem Boden gestampften Auditoriengebäudes der Kaiser-Wilhelm-Universität Straßburg, [Fréchet 1920].

[17] Als Einstieg in die sehr umfangreiche Literatur hierzu können vor allem die Arbeiten des Bourdieu-Schülers Christophe Charle dienen, etwa [Charle 1994], sowie für die Fragen des Boykotts der deutschen Wissenschaft nach dem Weltkrieg die Arbeit [Schroeder-Gudehus 1978]. Einen in mehrfacher Hinsicht weiteren Rahmen spannt das durchaus anregende Buch [Schivelbusch 2001] auf, aus dem ich an dieser Stelle nur folgenden Satz zitiere (S. 286): "... Besonders sorgfältig wurde [nach 1871 in Frankreich] die Berliner Universität studiert, verstand man sie doch als Kaderschmiede, in der die deutsche Revanche gegen Napoleon von Männern wie dem nach 1871 in Frankreich vielbewunderten Philosophieprofessor und nationalen Agitator Johann Gottlieb Fichte vorbereitet wurde."

[18] Felix Kleins während des Krieges gehaltene "Vorlesungen über die Entwicklung der Mathematik im 19. Jahrhundert" wurden Mitte der zwanziger Jahre in Buchform veröffentlicht. Die ursprünglichen Vorlesungsmanuskripte enthielten gegenüber der publizierten Fassung deutlich schärfere Kritik an von ihm als modernistisch empfundenen Tendenzen in der Mathematik – vgl. [Rowe 1986].

Philosophie-Historiker Kurt Flasch in seinem äußerst lesenswerten Buch [Flasch 2000] vorgenommen. Er mahnt zur methodischen Umsicht beim Umgang mit diesem Fundus:

> *Die Weltkriegstexte sind uns geschichtlich ferngerückt; die meisten sind im höchsten Maße befremdlich; viele kommen mir 'gewesener' vor als die mittelalterlichen Bücher, mit denen ich mich sonst befasse.* – [Flasch 2000, S. 63]

In seiner Überschau über die Berliner Universitätsreden aus den ersten Kriegsjahren isoliert Flasch als ersten charakteristischen literarischen Topos den des "*Erlebnisses* von Kriegsbeginn und Mobilmachung". Dieses ständig wieder beschworene Wort 'Erlebnis' ordnet er dabei nicht zu unrecht als "Abfallprodukt der philosophischen Entwicklung des späten 19. Jahrhunderts" ein, das seit Beginn des zwanzigsten Jahrhunderts zum "modischen Ausdruck" wurde [Flasch 2000, S. 77]. Dem ist freilich als Vorbereitung auf den Mathematiker, den ich gleich genauer betrachten möchte, hinzuzufügen, daß jedenfalls der Ausdruck "Leben und erleben" schon bei dem Philosophen auftritt, mit dessen Namen ich diesen Aufsatz begann: bei Johann Gottlieb Fichte. Und zwar bezeichnete Fichte damit den "Zustand reflexionsloser Erfülltheit des Subjekts durch seinen jeweiligen Inhalt. ... Und dieser Zustand ist bei Fichte Grundlage und Ausgangspunkt einer transzendentalen Theorie des Wissens."[19] In dieser und auch in manch anderer Hinsicht – man denke etwa an seine "Reden an die Deutsche Nation" – konnte somit Fichte von der Warte des Ersten Weltkriegs aus als ein Geistesverwandter erscheinen.

Nun kommen natürlich all die Festreden und Kriegsschriften der deutschen Philosophen, Philologen und Historiker in der Geschichte ihrer Disziplinen nicht mehr vor. Oder, wie Kurt Flasch es in einem Gedankenexperiment formuliert:

> *Gesetzt den Fall, ein Reisender aus Australien hätte die Absicht, sich, bevor er Deutschland betritt, mit den dort herrschenden Denkweisen vertraut zu machen. Gesetzt weiter den noch unwahrscheinlicheren und geradewegs unglücklichen Fall, er wolle dies dadurch erreichen, daß er die in Deutschland am weitesten verbreiteten Philosophiegeschichten studierte, so müßte er folgern, in diesem Land habe der Erste Weltkrieg nicht stattgefunden. Oder, so könnte er sich fragen, waren die deutschen Denkbeamten von solcher Robustheit, daß sie ihre Systeme unbehindert fortgesponnen haben? ... Während wohl niemand den Versuch wagen könnte, die Geschichte der Malerei oder der Literatur unseres Jahrhunderts zu schreiben, ohne den Ersten Weltkrieg zu erwähnen, bestätigen deutsche Philosophiehistoriker ihrer Zunft noch einmal deren extraterritoriale Autonomie. Im Haus des Gehenkten schweigt man vom Strick; deutsche Nachkriegsphilosophiehistoriker vergaßen den Krieg. Konsequent, wie sie erzogen waren, verschwiegen sie nicht nur den Zweiten Weltkrieg, sondern gleich auch noch den Ersten.* – [Flasch 2000, S. 369]

[19] Nach K. Cramer, "Erleben / Erlebnis", in: Historisches Wörterbuch der Philosophie, Band 2, Darmstadt 1972, Sp. 703. – Hermann Weyl gebraucht in dem rückschauenden Vortrag über seine philosophische Entwicklung einmal das Wort "Erlebnis" im Zusammenhang mit Fichte: [Weyl 1954, S. 644].

Natürlich käme, aus den eingangs genannten Gründen, kein Australier je auf die Idee, sich über die jüngere deutsche Vergangenheit aus Büchern zur Mathematikgeschichte zu orientieren. Täte er es dennoch, so wäre er freilich besser bedient als mit den von Flasch anvisierten Philosophiegeschichten – vorausgesetzt er suchte sich Herbert Mehrtens' Buch [Mehrtens 1990] aus. Bei Mehrtens nämlich wird, genau in der Mitte des Buches, beschrieben, wie die Grundlagenprobleme der Mengenlehre, die seit Beginn des zwanzigsten Jahrhunderts in Form verschiedener Paradoxien bekannt waren, ohne daß sie zunächst in der Mathematikergemeinde Krisenstimmung verbreiteten, – wie also diese Grundlagenprobleme der Mengenlehre nach 1918 in die sogenannte "Grundlagenkrise" der Mathematik umschlugen, d.h. wie die allgemeine Krise des bürgerlichen Bewußtseins nach dem Ende des Ersten Weltkriegs auch hier ihren Ausdruck fand. Dies ist der politische Inhalt des Streits zwischen David Hilbert mit seinem beweistheoretischen Programm zur metamathematischen Sicherung der ganzen Mathematik einerseits und dem Intuitionismus andererseits, seit 1920 stark vertreten durch den schon erwähnten Holländer Brouwer, dem sich für einige Jahre auch der ehemalige Hilbert-Schüler Hermann Weyl[20], einer der vielseitigsten und bedeutendsten Mathematiker des zwanzigsten Jahrhunderts, an die Seite stellte. Das ist der Streit, in dem Weyl sich in seinem berühmten Artikel [Weyl 1921], der von Anspielungen auf das politische Tagesvokabular strotzt, zu dem Ausruf hinreißen läßt: "Brouwer, das ist die Revolution."

Diese Geschichte ist in ihren großen Zügen wohlbekannt. Auch ich will hier eine Episode dieser politisch aufgeladenen innermathematischen Debatte erzählen; und auch diese Episode betrifft Hermann Weyl und seine Wandlung vom Axiomatiker zum Kritiker während der Kriegsjahre. Aber das Buch Weyls, über das ich reden möchte, liegt vor dessen Hinwendung zu Brouwers Intuitionismus. Es geht um seine knapp 100 Seiten starke Schrift "Das Kontinuum, Kritische Untersuchungen über die Grundlage der Analysis" [Weyl 1918]. Ich will versuchen, zu erläutern, inwiefern Weyl sich mit dieser mathematischen Schrift als extrem sensibler Seismograph für die Erschütterungen seiner Zeit bewährt.

Daß Weyl im Krieg ein solches Buch schreiben würde, war noch 1915 kaum vorherzusehen. Zwar hatte er in seinem Göttinger Habilitationsvortrag [Weyl 1910] Schwierigkeiten der Mengenlehre, insbesondere die Richardsche Antinomie gehörig diskutiert, die (in Weyls Formulierung) darin besteht,

> *daß einerseits alle aus endlich vielen Worten zusammengesetzten Ausdrücke nur eine abzählbare Menge ergeben..., und also, da doch Dinge, von denen man reden will, durch endlich viele Worte definiert sein müssen, demnach alle Dinge, welche Gegenstand unseres Denkens sein können, insgesamt nur eine abzählbare Menge ausmachen können, andererseits aber nach Cantor bereits die Menge aller reellen Zahlen nicht abzählbar ist.* – [Weyl 1910, S. 300]

Auch hatte er es sich in einer Fußnote am Ende vorbehalten, auf das Problem der in der Mengenlehre zulässigen Definitionen "an anderer Stelle ... zurückzukommen"

[20] Weyls Geburts- und Todesjahr: 1885–1955, stimmen mit denen von Roland Weitzenböck überein.

[Weyl 1910, S. 304, Fußnote 4]. Aber dieser Vortrag stellt die Mengenlehre als Grundlage der Mathematik keinesfalls in Frage; die zu klärenden Fragen lassen nichts von der Dramatik ahnen, mit der Weyl zum Kriegsende sein Buch über das Kontinuum beginnt:

> *In dieser Schrift handelt es sich nicht darum, den "sicheren Fels", auf den das Haus der Analysis gegründet ist, im Sinne des Formalismus mit einem hölzernen Schaugerüst zu umkleiden und nun dem Leser und am Ende sich selber weiszumachen: dies sei das eigentliche Fundament. Hier wird vielmehr die Meinung vertreten, daß jenes Haus zu einem wesentlichen Teil auf Sand gebaut ist. Ich glaube, diesen schwankenden Grund durch Stützen von zuverlässiger Festigkeit ersetzen zu können; doch tragen sie nicht alles, was man heute allgemein für gesichert hält; den Rest gebe ich preis, weil ich keine andere Möglichkeit sehe.* – [Weyl 1918, S. III]

Was also war inzwischen geschehen? – Im Sommer 1913 erhielt Weyl einen Ruf an die Eidgenössische Technische Hochschule in Zürich und im September 1913 heiratete er Helene Joseph, gennant Hella. Sie war in Göttingen eine Studentin des Philosophen Edmund Husserl, für den sich auch Weyl interessierte. Obwohl die Weyls den Krieg zunächst von der neutralen Schweiz aus erlebten, lenkten die Nachrichten Weyl erheblich von der mathematischen Arbeit ab, die er als weit entfernt von den großen Fragen der Zeit wahrnahm. Als untauglich gemustert und als Professor im Ausland wurde er zunächst nicht von militärischen Verpflichtungen behelligt. Am 11. Mai 1915 zog man ihn aber doch ein. Er wurde bei Saarbrücken stationiert; seine Frau folgte ihm bald mit dem wenige Monate alten Sohn Joachim. Nach einem knappen Jahr erreichten die Schweizer seine Entlassung aus der deutschen Armee und die Weyls konnten nach Zürich zurückkehren. Hermann Weyl beschrieb sein Denken danach als eine *tabula rasa*. So nahm er seine mathematischen Arbeiten nicht da wieder auf, wo er sie vorher verlassen hatte – insbesondere arbeitete er nicht weiter über Gleichverteilung der Zahlen modulo 1 – , sondern er ließ sich von zwei für ihn neuen Forschungsgebieten gefangennehmen: der Relativitätstheorie einerseits und, etwas später, den Grundlagenfragen.[21]

Nun war seine Frau in Zürich bei der Suche nach einem Ersatz für die Husserlschen Seminare, an denen sie in Göttingen teilgenommen hatte, auf die Veranstaltungen des Fichte-Herausgebers Fritz Medicus gestoßen. So kam es, daß auch Hermann Weyl jetzt im Weltkrieg Fichte studierte. Wie ernst es ihm damit war, ist vielfach belegt und läßt sich z.B. auch aus einigen Bemerkungen in dem Buch über *Das Kontinuum* entnehmen. So beginnt das Buch mit einer knappen logischen Propädeutik, in der zunächst die Begriffe Urteil, Sachverhalt, Eigenschaft erörtert werden, und diese beiden Seiten enden mit dem Satz:

> *Auf eine letzte Klärung des Wesens von Sachverhalt, Urteil, Gegenstand, Eigenschaft können wir hier nicht ausgehen; diese Aufgabe führt in metaphysische Tiefen; über sie muß man sich bei Männern Rats erholen, deren*

[21] Dieser Absatz folgte i.W. dem zweiten Kapitel von [Sigurdsson 1991]. Ich danke Erhard Scholz, der mich u.a. hierauf aufmerksam machte. Vgl. auch die Aufsätze von Sigurdsson und Scholz in [Scholz 2001].

> *Namen man unter Mathematikern nicht nennen darf, ohne ein mitleidiges Lächeln einzuheimsen – Fichte z.B. –* [Weyl 1918, S. 2]

Fichtes Einfluß (oder ist es die Stimmung der Kriegsjahre? Ich meine jedenfalls die Art, wie bei Fichte der Leser immer wieder hart auf seine persönlichen Evidenzerfahrungen zurückgestoßen wird.) – Fichtes Einfluß ist auch im Stil zu ahnen. Wenn Weyl z.B. kritisch die Definition der oberen Grenze einer beschränkten Menge reeller Zahlen durchleuchtet, wie sie nach der Dedekindschen Definition der reellen Zahlen gegeben werden muß – aber so, daß er streng kontrolliert nach Mengen rationaler Zahlen erster und zweiter Stufe unterscheidet –, so lesen wir:[22]

> *Der durch die nebelhafte Natur des üblichen Mengen- und Funktionsbegriffes verhüllte circulus vitiosus, auf den wir hinweisen, ist nicht etwa ein leicht zu beseitigender formaler Fehler im Aufbau der Analysis. Die Erkenntnis seiner fundamentalen Bedeutung ist etwas, was sich nun eben nicht durch viele Worte an den Leser heranbringen läßt. Je deutlicher man sich aber das logische Gewebe der Analysis zur Gegebenheit bringt, je tiefer und vollständiger der Bewußtseinsblick es durchschaut, umso klarer wird es, daß bei der heutigen Begründungsweise sozusagen jede Zelle des gewaltigen Organismus von diesem Gift des Widerspruchs durchsetzt ist; und daß eine durchgreifende Kontrolle nötig ist, um hier Abhilfe zu schaffen.*

Als Ausweg aus diesem Nebel und Zirkel, der sich ihm als der "einzig natürliche ergibt" [Weyl 1918, S. 23], wählt Weyl das von ihm so genannte "engere Verfahren", demzufolge beim Ausfüllen von Leerstellen in Urteilen und bei der Bildung von Existentialurteilen stets nur Objekte einer ein für allemal vorgegebenen Objektkategorie, nicht aber Mengen solcher Objekte oder Relationen ziwschen ihnen, eingesetzt werden dürfen. Heute würde man diesen Zugang als *prädikativen* Aufbau der Analysis bezeichnen. Als Preis für den eingeschlagenen Weg erhält Weyl in diesem Buch eine Analysis, die wesentlich ärmer als die übliche ist: die Existenz der oberen Grenze einer beschränkten Menge reeller Zahlen läßt sich ebensowenig beweisen, wie man in der Weylschen Analysis aus einer gegebenen unendlichen Menge reeller Zahlen immer eine unendliche Folge von Elementen dieser Menge auswählen kann.[23]

Weyl verbietet anderen nicht, anders zu verfahren; warnt aber vor den dann naheliegenden Zirkelschlüssen.[24] Und an anderer Stelle versichert er wieder:

> *Mag es mir nun hier bereits gelungen sein, die erforderlichen allgemeinen logischen Konstruktionsprinzipien … in ihrem ganzen Umfange ausfindig*

[22] [Weyl 1918, p. 23]. Vgl. auch die kondensierte Erläuterung dieses Punktes in [Weyl 1919].

[23] Siehe [Weyl 1918, S. 59f] und vergleiche die weiter unten zitierte Wette zwischen Weyl und Pólya.

[24] [Weyl 1918, S. 24, Fußnote]: *In der Wissenschaft gibt es nur "Gesetze", keine "Gebote". So soll denn auch hier nicht etwa "verboten" werden, den Terminus 'es gibt' in Verbindung mit Gegenständen zu gebrauchen, die nicht zu den Grundkategorien gehören. Es ist natürlich durchaus möglich (und zulässig), das weitere Verfahren zu befolgen; tut man es, so tue man es aber in zirkelfreier Weise!*

zu machen oder nicht (ihre Aufstellung ist jedenfalls nicht eine Sache der Konvention, sondern der logischen Erkenntnis): das Eine ist völlig gewiß, daß es mit dem negativen Teil meiner Ausführungen, der Kritik an den bisherigen Grundlagen der Analysis, dem Hinweis auf ihren Zirkelgang, seine Richtigkeit hat und man so verfahren muß, wie ich hier vorgegangen bin, um einen Ausweg zu finden.
Durch Tradition eingesponnen in jenen ja heut in der Mathematik zur unbedingten Herrschaft gelangten Gedankenkomplex, der vor allem an die Namen Dedekind und Cantor anknüpft, habe ich für mich den aus diesem Kreise herausführenden Weg gefunden und durchmessen, den ich hier abgesteckt habe. ... – [Weyl 1918, S. 35]

In solchen Zitaten wird offenbar, wie außerordentlich ungewöhnlich dieses Mathematikbuch ist. Und dies nicht nur deshalb, weil es eigentlich in mathematischen Lehrbüchern üblich ist, zu argumentieren anstatt imperative Notwendigkeiten zu beschwören oder an den Bewußtseinsblick des Lesers zu appellieren; sondern auch deshalb, weil heute so gut wie alle mathematischen Kollegen genau jenen von Weyl so existenziell gegeißelten circulus vitiosus seelenruhig den Mathematikstudenten in den ersten Semestern auf der ganzen Welt beibringt.

Ich behaupte, daß sich Weyls ungewöhnliches Buch nur als Weltkriegsliteratur angemessen verstehen läßt, daß es also zu jenem Korpus deutscher Literatur gehört, den Kurt Flasch untersucht. Nun ist aber Weyls Buch natürlich überhaupt nicht vom Schlage einer martialischen Rede, sondern vielmehr eine extrem sensible Reaktion auf das Kriegserlebnis. Am Ende seines Buches fragt Flasch nach solchen Autoren, die in ihrem Werk *den Weltkrieg denken*,[25] d.h. die Weltdeutungen der Vorkriegszeit mit der neuen Erfahrung des Weltkriegs konfrontieren. Genau dies tut Hermann Weyl in seiner Weise für den Bereich der mathematischen Analysis in [Weyl 1918]. Im Kriege empfand er die Notwendigkeit, der Problematik der imprädikativen Definitionen, die er seit Henri Poincarés Göttinger Wolfskehl-Vorträgen vom April 1909 kannte [Poincaré 1910], durch eine konsequente Beschneidung der üblichen Definitionsliberalität zu begegnen. Und mehr noch: diese Beschneidung kam für ihn selbst gewissermaßen einer Selbstverstümmelung gleich; denn die theoretische Physik, an der er gleichzeitig forschte, bedurfte einer unbehinderten Analysis. Der letzte Teil des Buches, in dem Weyl die physikalische Anwendbarkeit seiner Analysis, oder vielmehr das Auseinanderklaffen dieser Mathematik und der Wirklichkeit diskutiert – besonders am Beispiel der Zeit, das ihm auch Gelegenheit gibt, Bergsons Feststellung über die Verschiedenheit der mathematischen Begriffswelt von der unmittelbar erlebten Kontinuität zu bekräftigen [Weyl 1918, S. 68f] – bleibt weit hinter dem zurück, was von der Analysis schon zu Weyls Zeiten selbstverständlich verlangt wurde. Er würde eine vergleichende Analyse sehr lohnen.[26]

In der zeitlichen Verzögerung, mit der Weyl auf die Richardsche Antinomie kritisch reagierte, bestätigt sich ein anscheinend allgemeines Gesetz über die Kul-

[25] [Flasch 2000], Titel des vierten Teils, S. 367.
[26] Vgl. Erhard Scholz' Aufsatz in [Hendricks *et alii* 2000, S. 195–217].

turphänomene, deren prägnante Ausformung dem Weltkrieg zu verdanken ist. In Kurt Flaschs Worten:[27]

> *...Jetzt [im Krieg] griff man zu Mustern, die das letzte Jahrzehnt der Vorkriegszeit entwickelt hatte. Wie die abstrakte Malerei kein Ergebnis des Weltkriegs war – der Kubismus hatte 1907 mit "Les demoiselles d'Avignon" von Picasso Aufsehen erregt, Kandinsky hatte 1911/12 die ersten völlig gegenstandslosen Bilder gemalt –, wie Spengler seinen Buchtitel ['Der Untergang des Abendlandes', erschienen 1918] 1912 gefunden haben will, so erklärte Heidegger in seiner ersten Vorlesung Die Idee der Philosophie und das Weltanschauungsproblem im Kriegsnotsemester 1919, die Grundrichtung seiner Kritik an der neukantianischen Wertphilosophie habe er schon 1913 konzipiert.*

Der erste Weltkrieg wirkte wie ein Vergrößerungsglas, durch das man die vorigen Einsichten mit neuer Brisanz wahrnahm und weitergab. Um der hier vorgetragenen Lesart von Hermann Weyls Kriegsbuch "Das Kontinuum" aus der Zeitgeschichte heraus noch mehr Kontur zu geben, läge es nahe, eine vergleichende Analyse verschiedener Werke zu wagen, die sich in ähnlicher Weise dem Ersten Weltkrieg verdanken. In der mathematischen Literatur kenne ich derzeit keine anderen klaren Fälle. Aber im Sinne einer philosophisch-mathematischen Arbeit läge m.E. ein Vergleich Weyls, einerseits mit den von Flasch ewähnten und am Ende seines Buches ansatzweise untersuchten frühen Vorlesungen Martin Heideggers, und andererseits mit Ludwig Wittgensteins Tractatus Logico-philosophicus nahe. Zur Entstehung des letzteren steht besonders reichhaltiges biographisches Material über Wittgensteins Kriegsjahre zur Verfügung, und der gemeinsame Aspekt der Selbstbeschränkung des Denkens bzw. der Sprache auf dem Hintergrund formaler Logik in Weyls Buch und Wittgensteins Tractatus ist eine deutliche Ermunterung zu einem genaueren Vergleich. Die frühen Vorlesungen Heideggers dagegen lassen sich vielleicht passender mit der Verherrlichung des intuitionistischen "Kontinuum als Medium des freien Werdens" in [Weyl 1921] vergleichen. – Beide Vergleiche, so sehr sie sich mir auch aufdrängen, würden natürlich eine erhebliche methodische Anstrengung erfordern.

[27] Siehe [Flasch, S. 387]. – Man kann Flaschs kleine Liste natürlich um viele Beispiele vermehren; z.B. auch durch den Hinweis auf die Vorwegnahme literarischer 'Weltkriegsmotive' in Thomas Hardys *Satires of Circumstance*, mit dem Paul Fussel seinen Essay über die britische literarische Reflexion des Ersten Weltkriegs eröffnet: [Fussel 1975, p. 4–7]. – Ein anderes Thema, das ich hier, sozusagen als Gegengewicht, lediglich erwähne, weil es im vorliegenden Kontext nicht weiter verfolgt werden kann, ist die Frage nach der Bedeutung und Entwicklung der populären Kultur im Ersten Weltkrieg. Siehe etwa für die britische Seite [Fuller 1991]. In diesem Buch wird die Bedeutung populärer Unterhaltungen vom Fußball bis zur Music Hall für die Truppenmoral betont, insofern diese Aktivitäten zivile Momente in den Krieg hinüberretteten. Fullers Analyse macht greifbar, daß der Erste Weltkrieg vor der Entwicklung des Films als Massenmedium (in Europa) stattfand. (Für amerikanische 'Krieg-als-Kino-Phantasien' vgl. demgegenüber [Fussel 1975, S. 220f]). Auch die ihrer Natur nach literarische Reaktion Herrmann Weyls auf den Weltkrieg mag davon nicht ganz unabhängig sein.

Diesen Abschnitt zusammenfassend sei an eine Züricher Episode erinnert, die Weyls düsteres Bild von den Grundlagen der Analysis in den letzten Weltkriegsjahren ebenso beleuchtet wie seine daraus resultierende historische Perspektive. Es handelt sich um die von Weyl selbst handschriftlich fixierte Wette mit seinem Züricher Kollegen G. Pólya, deren Original heute im Hermann-Weyl-Zimmer, dem Seminarraum der Mathematiker an der ETH Zürich, unter Glas aushängt – siehe auch [Pólya 1972]:

Zwischen G. Pólya und H. Weyl wird eine Wette abgeschlossen zu nachstehenden Bedingungen.
In Betreff der beiden folgenden Sätze der heutigen Mathematik:

1) Jede beschränkte Zahlenmenge hat eine präzise obere Grenze,
2) Jede unendliche Zahlenmenge enthält eine abzählbare Teilmenge

prophezeit Weyl:
A. Innerhalb 20 Jahren, d.h. bis Ende 1937, wird Pólya selber oder die Mehrzahl der maßgebenden Mathematiker zugeben, daß die in diese Sätze eingehenden Begriffe von Zahl, Menge und abzählbar, auf die wir uns heute gemeinhin stützen, völlig vage sind, nach der Wahrheit und Falschheit von 1) und 2) im heute angenommenen Sinne daher ebensowenig gefragt werden kann wie etwa nach der Wahrheit der Hauptsätze der Hegelschen Naturphilosophie.
B. Es wird von Pólya selber oder der Mehrzahl der maßgebenden Mathematiker erkannt sein, daß die Sätze 1) und 2) bei einer ihrem Wortlaut nach vernünftigerweise möglichen klaren Interpretation durchaus falsch sind (sei es, daß verschiedene solche Interpretationen dann noch zur Diskussion stehen, sei es, daß man sich über eine bereits geeinigt hat); oder wenn es innerhalb jener Frist doch gelungen sein sollte, eine klare Interpretation der beiden Sätze zu finden, bei welcher wenigstens einer derselben wahr ist, so ist dazu eine schöpferische Leistung nötig gewesen, durch welche der Grundlegung der Mathematik eine neue und originelle Wendung gegeben wurde, und die Begriffe von Zahl und Menge haben einen Inhalt gewonnen, von dem wir heute noch nichts ahnen.
Weyl gewinnt die Wette, wenn das Prophezeite eintrifft; im anderen Falle Pólya.
Sollten sich die beiden Wetteschließenden nach Ablauf der Frist nicht darüber einig sein, wer gewonnen hat, so wird die Menge der von den beiden Kontrahenten verschiedenen ord. Professoren der Mathematik an der E.T.H. und den Universitäten Zürich, Göttingen, Berlin als Richterkollegium angerufen. Ihr Urteil entscheidet durch Majorität, bei Stimmengleichheit gilt die Wette als unentschieden.
Der verlierende Teil verpflichtet sich, die Bedingungen der Wette und die Tatsache, daß er sie verloren hat, als Inserat auf seine Kosten in den Jahresberichten der Deutschen Mathematiker-Vereinigung bekannt zu machen.

Zürich, den 9. Februar 1918

(Unterschriften der Kontrahenten und bezeugender Kollegen.)

Bekanntlich kam alles ganz anders.

Die erste Wendung der historischen Entwicklung lag noch im Rahmen dessen, was Weyl bei seiner Wette für möglich gehalten hatte: Er selbst schloß sich wie erwähnt ab 1920 einige Jahre lang begeistert Brouwers intuitionistischer Grundlegung der Analysis an, die jedenfalls eine etwas reichere Analysis als die des Buches von 1918 ermöglichte. Zu dieser Zeit sah er anscheinend in Brouwers Idee der Wahlfolgen den Beginn einer "schöpferischen Leistung" der Art wie sie in Punkt B. der Wette als Möglichkeit erwogen wird.

Gegen Ende der 1920er Jahre aber begannen für Hermann Weyl persönlich mehrere Jahrzehnte des Schweigens zu den Grundlagen der Analysis. Und in dieser Zeit, in der er sich nicht an den Debatten beteiligte, wurde allmählich der politische Stachel aus der mathematischen Grundlagendiskussion dadurch herausgenommen, daß die mathematische Logik und Grundlagenforschung zu einer eigenen Spezialdisziplin ausgebaut wurde:

> *Aus metaphorisch aufgeladenen Sinnfragen wurden technische Forschungsprobleme der Sprache formaler Logiken, Beweis- und Konstruktionstheorien. ... Der Betrieb der Mathematik war nicht beeinträchtigt, ihre Freiheit unbeschränkt.* – [Mehrtens 1990, S. 295–96]

So löste sich die Erregung, die zu jener Wette von Weyl gegen Pólya geführt hatte, scheinbar in Wohgefallen auf.

Am 26.1.1935, knapp drei Jahre bevor die Wette eigentlich zur Entscheidung fällig wurde, trat Hermann Weyl von Princeton aus, wohin er im Oktober 1933 von Göttingen ausgewandert war, im politischen Protest aus der Deutschen Mathematiker-Vereinigung aus.[28] Schon aus diesem Grund erschien nie eine Verlautbarung über die Wette in den Jahresberichten der D.M.V., und 1937 wäre es natürlich keinem der beiden Kontrahenten mehr eingefallen, etwa den Berliner Kollegen Ludwig Bieberbach an der Entscheidung über ihre Wette zu beteiligen.

Dann aber, einen weiteren Weltkrieg später und gewissermaßen in einer anderen Welt, kam Hermann Weyls *Kontinuum* wieder zur Geltung: einserseits direkt für Weyl selbst, der gegen Ende seines Lebens, Anfang der fünfziger Jahre, wieder seinem Ansatz von 1918 zuneigte. Andererseits entstand aus der ursprünglich sozusagen existenziellen Forderung nach einem prädikativen Aufbau der Analysis, die Weyl unter dem Eindruck des Weltkriegs erhoben und weitgehend formal durchgeführt hatte, in Folge tiefergehender beweistheoretischer Untersuchungen schließlich eine neue Spielart von Rückwirkungen der mathematischen Logik auf die übrige Mathematik, die von Solomon Feferman und seinen Nachfolgern unter dem Titel *reverse mathematics* und *proof mining* propagiert wird und seit einiger Zeit schöne Erfolge feiert.[29] So kann man etwas zugespitzt sagen, daß diese raffinierten metamathematischen Theoreme, die dem erstaunten Analytiker ohne neue

[28] Zu den Hintergründen siehe [Schappacher & Kneser 1990, §4.4].

[29] Siehe etwa die Vorlesungen von Solomon Feferman in [Hendricks *et alii* 2000], sowie die jüngst erschienene Feferman-Festschrift [Sieg *et alii* 2002] und den preprint [Kohlenbach & Oliva 200?].

inhaltliche Argumente aus gewissen ineffektiven Existenzsätzen heraus effektive Abschätzungen bescheren, letztlich auch den Entbehrungen des Ersten Weltkriegs geschuldet und in dieser Hinsicht also dem Kunstdünger vergleichbar sind.

3. Exkurs: Wie ist Soziologie der Mathematik möglich ?

Die Mainzer Soziologin Bettina Heintz hat unlängst ein Buch mit dem Titel "Die Innenwelt der Mathematik" vorgelegt [Heintz 2000], das einerseits die verschiedenen Spielarten der konstruktiven Wissenssoziologie und ihre mögliche Anwendbarkeit auf die Mathematik ausführlich und genau Revue passieren läßt und diskutiert, und das andererseits die Ergebnisse einer soziologischen Feldstudie unter den Mathematikern am Bonner Max-Planck-Institut für Mathematik verarbeitet. Offensichtlich stark beeindruckt von der Institution des Beweises und von der für Soziologen sicher unerhörten Schnelligkeit, mit der sich die Mathematiker in der Regel über die Akzeptanz von Beweisen und Behauptungen einigen und Diskussionen kurz halten können, diagnostiziert sie den systematischen Mangel an "interpretativer Flexibilität" der mathematischen Aussagen und Argumente, sowie die daraus folgende enorme "Kohärenz" und den "Konsens", die den derzeitigen Betrieb der reinen Mathematik bestimmen. (Diese beiden Begriffe entlehnt Heintz Margaret S. Archers Studien über (inter)kulturelle Entwicklungen.) Die Folge dieser soziologischen Gesamtdiagnose der modernen Mathematik für Bettina Heintz ist, daß ihr soziologische Untersuchungen über die Mathematik höchstens insofern möglich erscheinen, als sie das geschichtliche Zustandekommen des gegenwärtigen Kommunikationssystems dieser Wissenschaft betreffen, oder eventuell die Untersuchung seiner zukünftigen Veränderungen, soweit sie sich womöglich schon abzeichnen – hier denkt Heintz insbesondere an denkbare Auswirkungen, die ein Umsichgreifen von Computer-Beweisen auf die Mathematik haben müßte.

> *Die moderne Mathematik zeichnet sich durch Merkmale aus, die für eine soziologische Analyse tatsächlich kaum mehr Raum lassen. Dies bedeutet aber nicht, dass ein soziologischer Blick auf die Mathematik von vornherein ausgeschlossen ist. Eine soziologische Perspektive ist dort legitim und angebracht, wo es um die Rekonstruktion des Entwicklungsweges geht, der zu jener epistemischen Struktur führte, die für die moderne Mathematik typisch und mit ihrer Kohärenz und argumentativen Rationalität einzigartig ist.* – [Heintz 2000, S. 274]

Auf diese Selbstbeschränkung der Soziologin haben Leser, die der Mathematik und ihrer Geschichte nahestehen (also nicht der zunächst intendierten Zielgruppe des Buches, den Soziologen, zugehören) kritisch reagiert. Moritz Epple zum Beispiel schrieb in einer Buchbesprechung des Heintzschen Buches:[30]

> *Diesem resignativen Schluss vermag der Rezensent nicht zuzustimmen. Könnte man nicht ..., statt nach einer soziologischen Erklärung von Kohärenz und Konsens zu suchen, einmal empirisch studieren, auf welcher*

[30] Siehe Mathematische Semesterberichte **47** (2000), S. 268.

Ebene in der mathematischen Praxis denn tatsächlich Dissense auftreten, wo es Inkohärenzen und "konkurrierende epistemische Gemeinschaften" gibt? Heintz' Antwort auf diese Frage (Dissense, konkurrierende Interpretationen und dergleichen gibt es nur auf metamathematischer Ebene, nicht in der eigentlichen mathematischen Forschung, vgl. [Heintz 2000, S. 11 und S. 235 f]) wird sich kaum halten lassen, sobald die komplexe Dynamik der Forschungspraxis genauer ins Auge gefasst wird. Wie wählen Mathematiker in konkreten Forschungssituationen unter verschiedenen Fortsetzungsmöglichkeiten? Welche Forschungsgegenstände werden als wichtig ausgezeichnet, welche Methoden als aussichtsreich beurteilt? In welchen Gruppen werden solche Beurteilungen geteilt? Welche mathematischen Arbeiten liefern stilistische Vorbilder für andere und warum? Wie verteilt die mathematische Gemeinschaft Reputation? Wie konkurrieren Teilgebiete der Mathematik um Ressourcen und wie werden die entsprechenden Konflikte entschieden? Antworten auf solche Fragen findet man bei Heintz leider wenig. Hier bleibt unbeackertes Terrain für weitere soziologische Studien der Mathematik, Studien, die freilich umso vielversprechender scheinen, je näher sie sich auch auf technische mathematische Fragen einlassen.

In demselben Sinne habe ich bei einer Podiumsdiskussion um dieses Buch am 9.10.2002 anläßlich der Tagung der Deutschen Gesellschaft für Soziologie in Leipzig u.a. folgende konkrete Beispiele aus der aktuellen Mathematik bzw. der jüngeren Mathematikgeschichte vorgeschlagen, die sich meiner Ansicht nach für eine soziologische oder soziologisch-historische Untersuchung anbieten:

(i) Hermann Weyls oben diskutiertes Buch [Weyl 1918]; denn hier findet der Weltkrieg seinen Niederschlag darin, welche Art von Analysis nach Ansicht eines der führenden Mathematiker der Epoche zu rechtfertigen ist. Zwar kann man fast alles, was das 19. Jahrhundert an Analysis benutzt hat, ziemlich leicht in die Weylsche Theorie hinüberretten – freilich mit Ausnahme des Dirichletschen Prinzips – ; aber für die im zwanzigsten Jahrhundert so wichtig gewordene Funktionalanalysis mit ihren Funktionenräumen und Operatoren ist Weyls Aufbau ein wahres Prokrustesbett. Wenn meine Diagnose also stimmt und diese weitgehende Amputation der Funktionalanalysis durch Hermann Weyl dem Ersten Weltkrieg zu verdanken ist, so steht die Mathematik, genauer der Umfang der Mathematik, die man im Sinne dieses Weylschen Ansatzes begründet treiben kann, für den soziologischen oder historischen Blick mit anderen Epiphänomenen des Weltkriegs auf einer Stufe und kann und sollte parallel zu ihnen behandelt werden.

(ii) Noch etwas weiter zurück in die Geschichte unserer Disziplin, in die zweite Hälfte des 19. Jahrhunderts, führt der Streit zwischen Leopold Kronecker und Felix Klein über die Konsequenzen aus Kroneckers Satz über die Unmöglichkeit einer Ein-Paramater-Resolvente für die allgemeine Gleichung fünften Grades, den Klein als Krönung seines *Ikosaederbuches* beweist [Klein 1993, II, 5, §11]. Kronecker warf Klein vor, analytische Lösungsmethoden zu propagieren, die, da sie aufgrund von Kroneckers Unmöglichkeitssatz nicht ohne sogenannte 'akzessorische Irrationalitäten' auskommen können, *alge-*

braisch wertlos seien. Klein hingegen zog genau den umgekehrten Schluß aus Kroneckers Unmöglichkeitssatz: da es Ein-Parameter-Resolventen ohne akzessorische Irrationalitäten nicht geben *kann*, *muß* man diese akzessorischen Irrationalitäten akzeptieren, will man nicht den Fortschritt der Wissenschaft dogmatisch stoppen.[31] Der Fall ist interessant, weil sich beide Mathematiker über den mathematischen Sachverhalt völlig einig waren – Klein beweist ja sogar Kroneckers Satz – ; sie aber aus diesen unstrittigen mathematischen Tatsachen gegenteilige Schlüsse über das ziehen, was weiter zu tun ist. Hier liegt also ein Beispiel vor, wo die bloße Konstatation der Kohärenz und des Konsenses bzgl. der mathematischen Fakten den springenden Punkt verfehlt. Um die Kontroverse zu verstehen, müssen vielmehr psychologische, fachpolitische und soziologische (die damalige Mathematiker-*community* betreffende) Kategorien bemüht werden.

(iii) Mathematiker beweisen nicht nur und einigen sich heutzutage in aller Regel sehr schnell darüber, welche Sätze und Argumente gelten und welche nicht; Mathematiker haben auch das Bedürfnis, ihre Resultate zu 'verstehen'. Dieses sozusagen hermeneutische Desiderat führt u.a. häufig dazu, daß womöglich mehrfache, verschiedenartige Beweise für zentrale Sätze gegeben werden – man denke nur an Gauß und seine vielfachen Beweise des quadratischen Reziprozitätsgesetzes. Diese quasi geisteswissenschaftliche Herangehensweise an wichtige Resultate kommt der soziologischen Betrachtung viel mehr entgegen als der übliche Beweisdiskurs, bei dem Heintz Halt macht.

(iv) Die moderne reine Mathematik ist nicht nur durch die von Bettina Heintz in den Vordergrund gerückte Institution des Beweises dominiert, sondern sie weist auch ganze Teilgebiete auf, die durch präzise *Vermutungen* völlig vorgezeichnet, aber eben nicht bewiesenermaßen als gültig etabliert sind. Diese Vermtungen sind typischerweise so allgemein und schwierig, daß man von ihrem vollständigen Beweis noch sehr weit entfernt ist. Ich denke hier vor allem an die von Mazur [Mazur 1997] so genannten *architectural conjectures*, wie etwa die Bloch-Beilinson-Kato-Vermutungen. Dieses Phänomen modifiziert die von Heintz diagnostizierte 'epistemische Struktur' der aktuellen Mathematik in einer Weise, die soziologisch genauer untersucht zu werden verdient.

Obwohl Betttina Heintz in der Leipziger Podiumsdiskussion zu erkennen gab, daß sie einige dieser Punkte, insbesondere (iv), nicht uninteressant fand, relativierte sie doch Fälle wie (i) als sporadische "Einflüss-chen" extra-mathematischer Faktoren, die für die soziologische Einschätzung der modernen Mathematik insgesamt keine Bedeutung haben.

Der Hauptdissenz betraf aber wohl (wie auch Epple in der oben zitierten Besprechung schreibt) den Grad an Fachkompetenz, den man als Voraussetzung für mathematiksoziologische Arbeit zu akzeptieren bereit ist. So lehnte es auf dem Leipziger Podium der Bielefelder Wissenschafts- und Techniksoziologe Wolfgang Krohn rundweg ab, Fragestellungen für die Wissenschaftssoziologie zuzulassen, deren Behandlung mathematischen Fachverstand voraussetzt. Versteht man Heintz'

[31] Klein hat diese Kontroverse aus seiner Sicht knapp zusammengefaßt in [Klein 1922, S. 503–504]. Vgl. [Petri & Schappacher 2003].

Position auf dem Hintergrund einer solchen Grundeinstellung, so wird nicht nur ihre Grenzziehung der Mathematiksoziologie einsichtig, sondern es eröffnen sich vor allem andere Fragen als die oben unter (i) und (ii) angesprochenen. Ein breit angelegtes Forschungsprogramm, das sich dann abzeichnet, zielt darauf, den Gegensatz von Rationalität und Sozialität aufzulösen, d.h. zu verstehen, wie die im 19. Jahrhundert in allen Naturwissenschaften sich ändernden innerwissenschaftlichen Kommunikationsstrukturen, die durch Professionalisierung, Internationalisierung und Formalisierung gekennzeichnet waren, eine soziologische Erklärung der heutigen epistemischen Strukturen dieser Wissenschaften leisten, wie das Bettina Heintz für die Mathematik erhofft. Ein Problem, das in diesem Zusammenhang auf dem Leipziger Podium von dem Bielefelder Mathematikphilosophen Torsten Wilholt aufgeworfen wurde, ist dabei, ob diese veränderten Kommunikationsstrukturen im Falle der Mathematik tatsächlich die Institutionalisierung des Beweises in der modernen Mathematik (und nicht nur eine gewisse Formalisierung der Ausdrucksweise) zu erklären in der Lage sind.

4. Deutsche Mathematik: Oswald Teichmüller

Mein Thema, zu dem ich nach diesem Exkurs zurückkehre, sind die feineren Spuren des Eindringens politischer Kategorien in die Mathematik selbst. Aber man kann bei der feineren Spurensicherung auch Trampler mitunter nicht ignorieren. Und deshalb erinnere ich doch auch an Ludwig Bieberbach.

Am 13.7.1933 brachte der Berliner Mathematikprofessor und bedeutende Mathematiker Bieberbach erstmals, in einem Vortrag vor der Physikalisch-mathematischen Klasse der Berliner Akademie der Wissenschaften, anschauliches Denken mit Rassen in Verbindung, indem er an eine diesbezügliche Bemerkung Felix Kleins anknüpfte. Ab Anfang 1934 griff er dann die Typologie der damals angesehenen Wahrnehmungspsychologie nach Jaensch auf, vermengte sie mit rassischen Kategorien und klassifizierte so verschiedene, der Rasse, Herkunft oder Nationalität des Mathematikers entsprechende Stile der Begründung, Auffassung oder Vermittlung von Mathematik. Seine Gründlichkeit ging weiter als etwa eine einfache Einteilung in deutsche und jüdische Mathematiker und ihre Stile. Den feineren Unterteilungen der zugehörigen beiden Grundtypen J und S bei Jaensch ließ er vielmehr differenzierte Herkunftsmerkmale entsprechen. Diese Theorien trafen schnell auf Schwierigkeiten bei dem Versuch, die Individuen der Mathematikgeschichte in das Raster einzuordnen. Hilbert z.B. war ein notorisches Problem, das Bieberbach zu verschiedenen Zeiten verschieden 'löste'.[32]

Man wird von Bieberbachs rassistischen Stiltheorien der Mathematik etwas weniger überrascht, wenn man sich an die im Ersten Weltkrieg modischen Wissenschaftsnationalismen erinnert, von denen ich oben die Beispiele des Doktor Bérillon und Pierre Duhems erwähnt habe. Trotzdem bleibt der Schwenk dieses Mannes schwer zu verstehen, insofern er in den zwanziger Jahren zu den seltenen

[32] Der vorstehende Absatz ist mit geringen Ändernungen entnommen aus [Schappacher & Kneser 1990, § 4.3]. – Für genauere Literaturangaben und weitere Informationen sei auf diesen Aufsatz verwiesen.

Beispielen deutscher Professoren gehörte, die sich republiktreu verhielten, anstatt dem Kaiserreich nachzuträumen. Und die menschliche Seite seines Verhaltens ab Herbst 1933 ist besonders krass, wenn man seine Äußerungen über den jüdischen analytischen Zahlentheoretiker Edmund Landau in Göttingen anschaut.

Kurz nach dem Weltkrieg noch hatte er einen kollegial völlig korrekten, sehr respektvollen mathematischen Briefwechsel mit Landau gehabt. 1933–34 dann zitierte er Landaus Art, die Zahl π in der Anfängervorlesung ohne weitere Kommentare als die kleinste positive Zahl x einzuführen, so daß $\cos(\frac{x}{2}) = 0$ ist (wobei cos durch seine Potenzreihenentwicklung definiert ist), als typisches Beispiel einer den Deutschen rassefremden Art, Analysis zu treiben. Aber auch dabei blieb er nicht stehen, sondern belobigte in einem Vortrag vom April 1934 die Studenten, die am 2. November 1933 die Vorlesung Landaus boykottiert und ihn damit zum Rücktritt von seiner Professur getrieben hatten, für ihr "mannhaftes Auftreten" gegen den alten jüdischen Professor.[33]

Der Anführer dieses Boykotts war der damalige Göttinger Mathematikstudent und SA-Mann Oswald Teichmüller gewesen. Die Gründe und Ziele des Boykotts hielt Teichmüller in einem unsäglichen Brief an Landau schriftlich fest, in dem man z.B. liest:[34]

> *Es handelt sich für mich nicht darum, Ihnen als Juden Schwierigkeiten zu machen, sondern lediglich darum, die deutschen Studenten des zweiten Semesters unter möglichster Schonung aller übrigen davor zu bewahren, gerade in der Differential- und Integralrechnung von einem ihnen ganz fremdrassigen Lehrer unterrichtet zu werden. Ich wage so wenig wie jeder andere Ihre Fähigkeit der rein international-mathematisch-wissenschaftlichen Belehrung von geeigneten Studenten beliebiger Abstammung zu bezweifeln. Aber ich weiß auch, daß viele akademische Vorlesungen, insbesondere auch die Differential- und Integralrechnung, zugleich erzieherischen Wert haben und den Schüler nicht nur in eine neue Begriffswelt, sondern auch zu einer anderen geistigen Einstellung führen. Da aber die geistige Einstellung des einzelnen von seinem Geiste, der da umgestellt werden soll, abhängt, dieser Geist aber nach nicht nur jetzt, sondern schon lange bekannten Grundsätzen ganz wesentlich von der rassischen Zusammensetzung des einzelnen abhängt, dürfte es sich im allgemeinen nicht empfehlen, z.B. arische Schüler von einem jüdischen Lehrer ausbilden zu lassen. Ich kann hier aus eigener anderweitiger Erfahrung sprechen. Dem Schüler bleiben da eigentlich nur zwei Wege: Entweder er zieht aus dem Vortrag des Lehrers nur das international-mathematische Gerippe heraus und umkleidet es mit eigenem Fleisch. Das ist eine mathematisch-philosophisch produktive Arbeit, der nur die wenigsten gewachsen sind. Die Übrigen lassen den Vortrag nur auf ihr Gedächtnis und auf die äußerste Oberfläche ihres Verstandes wirken und bemühen sich, nach dem Staatsexamen all den höheren Kram*

[33] Zu Bieberbach und Landau vgl. [Schappacher 1991], [Schappacher 1998], sowie die dort jeweils angegebene Literatur.

[34] Der vollständige Brief und Belege für die folgenden Ausführungen zu Teichmüller finden sich in [Schappacher & Scholz 1992].

> *möglichst rasch zu vergessen. Der dritte Weg, den Stoff in der fremden Form zu übernehmen, führt zu einer geistigen Degeneration, die Sie einem Studenten heutzutage nicht gut zumuten können und wohl auch nicht wollen. Die Möglichkeit aber, daß Sie den mathematischen Kern ohne eigene nationale Färbung Ihren Hörern vermitteln, besteht so wenig, als es sicher ist, daß ein Gerippe ohne Fleisch nicht läuft, sondern zusammensackt und verwittert.*

Und er endet mit der Unverschämtheit:

> *Es handelt sich darum, im wesentlichen den Zustand des vorigen Semesters wiederherzustellen. Herr Dr. [Werner] Weber ist bereit, Sie in Vorlesung und Übungen zu vertreten. Da nicht mehr die Ungewißheit des vorigen Semesters besteht, wäre es nicht notwendig, daß Sie wieder jede einzelne Stunde mit ihm durchsprächen, sondern er würde die Vorlesung ganz oder doch in den einzelnen Teilen selbständig halten. Das wäre auch uns lieber. In Anbetracht dessen, daß der einzige, der bei der ganzen Sache wirklich ein Opfer bringt, Herr Dr. Weber ist, der im Interesse der jüngeren Kommilitonen seine Arbeit verdoppelt, während Sie bloß der Vorlesung fernzubleiben brauchten, ohne irgendwelchen pekuniären oder sonstigen Nachteil zu haben, glaube ich, Ihnen einen wirklich leicht anzunehmenden Vorschlag gemacht zu haben.*

Soweit Oswald Teichmüller, der damals Student im sechsten Semester war. Nach Landaus Entlassung und der Vertreibung aller rassisch oder politisch mißliebiger Göttinger Kollegen durch die Nazis arbeitete Teichmüller sehr erfolgreich in Kontakt mit Ernst Witt und auch Helmut Hasse an algebraisch-zahlentheoretischen Problemen, bis er sich erklärtermaßen aus politischen Gründen zum Frühjahr 1937 nach Berlin in Bieberbachs Nähe versetzen ließ. Das Göttinger Mathematische Institut war ihm, im Jargon der damaligen Zeit, 'nicht hinreichend gleichgeschaltet'.

Mit dem Ortswechsel ging ein Wechsel seines Arbeitsgebiets einher, der offenbar ebenfalls ideologisch mitbeeinflußt war: von der Algebra zur Theorie der konformen und quasi-konformen Abbildungen, einem Gebiet, das ihm ganz in Bieberbachs Sinne offenbar deutscher vorkam. Seine Arbeiten in diesem Gebiet schufen seinen größten *claim to fame*: die noch heute so genannte Teichmüller-Theorie.

Spuren der politisch aufgeladenen Bewertung der einzelnen mathematischen Disziplinen lassen sich bei Teichmüller bis in seine mathematischen Arbeiten hinein ausmachen. Betrachten wir als Beispiel dafür den §6 seiner Arbeit [Teichmüller 1944], die erst nach seinem Tod erschien, die aber jedenfalls nicht später als 1942 geschrieben wurde. Diese und zwei im selben Heft 7 der Zeitschrift Deutsche Mathematik darauf folgende Arbeiten[35] stellen die letzten Anläufe Teichmüllers dar, sein großes seit 1938 entwickeltes heuristisches Programm über den Zusammenhang zwischen quasikonformen Abbildungen und quadratischen Differentialen auf Riemannschen Flächen durch streng bewiesene Sätze zu untermauern. In der angegebenen Arbeit wird am Schluß für den Fall des Geschlechts 1 die seit dem

[35] Zusammen also die Nummern 30, 31 und 32 in [Teichmüller CP].

19. Jahrhundert bekannte Tatsache neu abgeleitet, daß die Modulfunktion $j(\omega)$ eine konforme Abbildung ist. Teichmüller erwähnt die klassischen Beweise dieser Tatsache mit der Weierstrass'schen $\wp$-Funktion, oder mit Riemannschen Perioden, erhebt dagegen jedoch den Einwand:

> *Aber ich möchte etwas so Geometrisches wie diese konforme Abbildung nicht gern aus Reihenentwicklungen schließen.* – [Teichmüller 1944, S. 325 = p. 693]

Dieser Satz erinnert wohl nicht von ungefähr an Bieberbachs Stilkritik von Landaus Einführung der Zahl π. Und wenig später heißt es auf derselben Seite:

> *Allerdings behaupte ich nicht, daß die im Folgenden gegebene Beweisskizze schon all meinen eigenen Anforderungen entspräche. Ich bin zufrieden, wenn meine Ausführungen bei einem Teil der Leser das Gefühl dafür wecken, wie eine von der herkömmlichen Funktionentheorie weitgehend unabhängige Theorie der konformen Abbildung und der konformen Invarianten aussehen müßte.*

Die geometrische Deutung der holomorphen (oder antiholomorphen) Funktionen mit nichtverschwindender Ableitung als winkeltreue, *konforme* Abbildungen wurde seit Bernhard Riemanns Dissertation [Riemann 1851, Abschnitt 2, Seite 5] von vielen Autoren aufgegriffen. Unter anderem widmete Ludwig Bieberbach ihr im Ersten Weltkrieg ein Büchlein.[36] Im Cauchyschen oder Weierstrass'schen Aufbau der Funktionentheorie spielte sie freilich keine Rolle.

Oswald Teichmüller war nicht der einzige Mathematiker seiner Zeit, der sich um einen möglichst methodenreinen Aufbau der Disziplin seines Interesses bemühte. Auf der Seite der Algebra entwickelte z.B. Helmut Hasses Schule der Arithmetik der Funktionenkörper über einem endlichen Konstantenkörper in den dreißiger Jahren eine analoge Attitüde, die mit der These einherging, der von dieser Schule gepflegte Zugang zu den Fragen der algebraischen Geometrie über endlichen Körpern sei besonders sachgerecht. Beide Denkschulen hatten gelegentlich Kontakt. So formulierte Teichmüller mehrere Vermutungen über algebraische Funktionenkörper, die Übersetzungen von Sachverhalten darstellten, die er in der Theorie der Moduln Riemannscher Flächen untersuchte, und der Algebraiker Eichler bewies einiges dazu.[37] Der Austausch war aber nicht immer so fruchtbar, sondern konnte auch zum Aneinandervorbeireden ausarten, wobei freilich sehr schwer zu beurteilen ist, inwieweit politische und persönliche Differenzen mitspielten. So gibt es im Hasse-Nachlaß

[36] Siehe [Bieberbach 1915]. — Das Buch von Albert Betz [Betz 1948] betont demgegenüber stärker den Anwendungsbezug zu der seit den 1930er Jahren boomenden Aerodynamik (Flugzeugbau). Betz war seit 1937 Direktor der Göttinger AVA und leitete nach dem Zweiten Weltkrieg dort das MPI für Strömungsforschung. Die Anwendungsrelevanz der konformen Abildungen in den 1940er Jahren wird auch eindrucksvoll durch den Band [Beckenbach 1952] belegt, der wesentlich durch Beiträge ehemaliger deutscher Emigranten geprägt ist.

[37] Siehe die Arbeiten Nr. 27 und 34 in [Teichmüller CP], sowie [Eichler 1943]. Vgl. [Schappacher & Scholz 1992, S. 20–21].

einen kurzen Briefwechsel mit Teichmüller, der an ein Gespräch zwischen den beiden aus dem Sommer 1939 anknüpft.[38] Aus Hasses Antwortbrief ersieht man, daß diesen folgende Frage interessierte:

> *Sei $f(x)$ ein Polynom sechsten Grades, meinetwegen so normiert, dass $0, 1, \infty$ Verzweigungspunkte der zugehörigen hyperelliptischen Fläche vom Geschlecht 2 sind (also in Wahrheit vom fünften Grad). Durch welche algebraische Relation zwischen den Koeffizienten von $f(x)$ – oder seinen drei übrigen Wurzeln – wird die notwendige und hinreichende Bedingung dafür ausgedrückt, dass die transzendente Invariante* [der zugehörigen hyperelliptischen Fläche] $\omega_{12} = 0$ *ist?*

Die von Teichmüller in seinem vorangehenden Brief angebotene Antwort lautete indessen:

> *Die Frage, über die wir Mitte 1939 sprachen, kann ich jetzt, nachdem meine Untersuchungen über die analytische Abhängigkeit Riemannscher Flächen von Parametern abgeschlossen sind, in demselben Umfange wie damals beantworten, aber nicht mehr heuristisch, sondern exakt.*
>
> ...
>
> *Insbesondere geht durch jede hyperelliptische Fläche vom Geschlecht 2 mit $\omega_{12} = 0$ eine zweiparametrige Schar ebensolcher Flächen ohne Singularitäten ...*

Hasses Reaktion darauf:

> *Was nun Ihre jetzige Mitteilung betrifft, so erkenne ich zwar aus dem Schlußsatz einen Zusammenhang mit der Frage, über die wir Mitte 1939 sprachen, jedoch nicht eine Lösung in dem Sinne, wie sie mir wünschenswert erschien. Ich wollte im Grunde gar nichts Analytisches wissen, sondern eine Antwort in algebraischer Form haben.*

Eine etwaige Erwiderung Teichmüllers ist nicht bekannt. Hatte er Hasse einfach mißverstanden? Sah er sein Resultat als das eigentlich interessante an? – Wir wissen es nicht.

Jedenfalls redet Teichmüller in den oben wiedergegeben Zitaten aus seiner Arbeit [Teichmüller 1944] der ideologischen Bevorzugung des geometrischen Zugangs zu Problemen der konformen Abbildungen gegenüber anderen Methoden der Funktionentheorie das Wort. Mit dieser Feststellung fälle ich weder ein Urteil über die mathematische Qualität seiner Beweismethode, noch über ihren Nutzen beim Aufbau der Teichmüller-Theorie. Ich versuche lediglich, die Spuren politischer Anklänge in seinen Argumenten zu sichern, die in jener Arbeit allemal klar zu Tage treten, während sie in den Briefen im Unklaren bleiben.

[38] Siehe Handschriftenabteilung NSUB Göttingen, Nachlaß Helmut Hasse. Teichmüllers Brief an Hasse: Goldap, 20.9.1942; Hasses Antwortbrief an Teichmüller: Berlin, 1.10.1942. – Ich danke Gert Schubring, der mich vor Jahren zum ersten Mal auf diese Dokumente aufmerksam gemacht hat. – Die im Text vorkommende Invariante ω_{12} ist der entsprechende Eintrag der Periodenmatrix der in Frage stehenden Riemannschen Flächen vom Geschlecht 2.

Im September 1943 kam Oswald Teichmüller offenbar beim Rückzug der deutschen Truppen irgendwo im Dniepr-Gebiet zu Tode. Er hatte sich im Frühjahr 1943 von einer sicheren Stelle als Dechiffrierer in Berlin freiwillig, auf den *Brünhilde-Aufruf* hin, zu diesem selbstmörderischen Einsatz gemeldet.

Literatur

Audoin-Rouzeau, S., Becker, A.: 14–18, Retrouver la guerre, Paris (nrf, Gallimard) 2000

Beckenbach, E.F. (ed.): Construction and Applications of Conformal Maps, Proc. Symposium June 22–25, 1949, Institute for Numerical Analysis of the National Bureau of Standards at the University of California, Los Angeles; National Bureau of Standards Applied Mathematics Series **18**, 1952

Begehr, H. (Hrsg.): Mathematik in Berlin, Geschichte und Dokumentation, Aachen (Shaker Verlag) 1998, Erster Halbband

Betz, A.: Konforme Abbildung, Berlin · Göttingen · Heidelberg (Springer) 1948; 2. Auflage 1964

Bieberbach, L.: Einführung in die konforme Abbildung, Sammlung Göschen, Berlin (Walter de Gruyter) 1915; 6. Auflage 1967

Bos, H: Redefining Geometrical Exactness – Descartes' transformation of the early modern concept of construction; New-York · Berlin · Heidelberg (Springer Verlag) 2001

Charle, C.: La République des Universitaires 1870–1940, Paris (Seuil) 1994

Cifoletti, G.: The creation of the history of algebra in the 16th century; *in:* L'Europe Mathématique – Mathematical Europe (Goldstein, Ritter, Gray, eds.), Paris (Maison des Sciences de l'Homme), pp. 123–142

Coleman, W.: French views of German science, New York (Arno Press) 1981

Duhem, P.: La Science allemande, Paris (Hermann) 1915

Eichler, M.: Bemerkungen zu den vorstehenden Vermutungen von Teichmüller. J. reine angewandte Math. **185**, 12–13 (1943)

Fichte, J.G.: Grundlage der gesamten Wissenschaftslehre; Akademie-Ausgabe I/2 (1794)

Flasch, K.: Die geistige Mobilmachung, Die deutschen Intellektuellen und der Erste Weltkrieg, Berlin (Alexander Fest Verlag) 2000

Fréchet, M.: Les mathématiques à l'Université de Strasbourg; *in: La Revue du mois*, 15e année, 10 avril 1920, 337–362

Fuller, J.G.: Troop Morale and Popular Culture in the British and Dominion Armies 1914–1918, Oxford (Clarendon Press) 1991

Fussel, P.: The Great War and Modern Memory, Erstausgabe Oxford (University Press) 1975; hier zitiert nach der "Twenty-fifth Anniversary Edition" Oxford (University Press) 2000

Hegel, G.W.F.: Grundlinien der Philosophie des Rechts, oder Naturrecht und Staatswissenschaft im Grundrisse; Vorrede; Jubil.-Ausgabe **7** (1821)

Heintz, B.: Die Innenwelt der Mathematik, Zur Kultur und Praxis einer beweisenden Disziplin, Wien · New York (Springer Verlag) 2000

Hendricks, V.F., Pedersen S.A., Jørgensen, K.F. (eds): Proof Theory – *History and Philosophical Significance*, Dordrecht · Boston · London (Kluwer Academic Publishers) 2000

Klein, F.: Gesammelte mathematische Abhandlungen, Band II (Hrsg. R. Fricke, H. Vermeil) Berlin (Springer) 1922

Klein, F.: Vorlesungen über das Ikosaeder und die Auflösung der Gleichungen vom fünften Grade. Herausgegeben mit einer Einführung und mit Kommentaren von Peter Slodowy. Verlage Birkhäuser und Teubner 1993

Kohlenbach, U., Oliva P.: Proof mining: a systematic way of analysing proofs in mathematics; *erscheint in:* Proc. Steklov Inst. Math.

Mazur, B.: Conjecture. Synthese **111-2**, 197–210 (1997)

Mehrtens, H.: Moderne · Sprache · Mathematik. Eine Geschichte des Streits um die Grundlagen der Disziplin und des Subjekts formaler Systeme, Frankfurt am Main (Suhrkamp-Verlag) 1990

Petri, B., Schappacher, N.: From Abel to Kronecker · Episodes from 19th Century Algebra, Manuskript (2003)

Picard, E.: L'histoire des sciences et les prétentions de la science allemande, *in :* "Pour la Vérité 1914–1915", Etudes publiées sous le patronage des Secrétaires perpétuels des cinq Académies; Paris (Perrin & Cie.) 1916; zuerst erschienen in der *Revue des deux mondes* vom 1.7.1915; Wiederabdruck in [Coleman 1981]

Picard, E.: Les sciences mathématiques en France depuis un demi-siècle. Bull. Sc. math. **41**, 237–260 (1917)

Poincaré, H.: Sechs Vorträge über ausgewählte Gegenstände aus der reinen Mathematik und mathematischen Physik, auf Einladung der Wolfskehl-Kommission der königlichen Gesellschaft der Wissenschaften gehalten zu Göttingen 22.–28. April 1909 von Henri Poincaré (Mitglied der französischen Akademie, Professor an der Faculté des sciences der Universität Paris), Leipzig · Berlin (Teubner) 1910; darin Fünfter Vortrag: Über transfinite Zahlen, S. 43–48

Pólya, G.: Eine Erinnerung an Hermann Weyl. Mathematische Zeitschrift **126**, 296–298 (1972)

Riemann, B.: Grundlagen für eine allgemeine Theorie der Functionen einer veränderlichen complexen Größe, Inauguraldissertation Göttingen 1851; Gesammelte Mathematische Werke, S. 3–48

Rowe, D. "Jewish Mathematics" at Göttingen in the Era of Felix Klein. Isis **77**, 422–449 (1986)

Schappacher, N.: Edmund Landau's Göttingen – From the life and death of a great mathematical center (Talk at the Dedication of the Landau Center for Research in Mathematical Analysis, Jerusalem, Feb 28, 1989); Mathematical Intelligencer **13**, 12–18 (1991)

Schappacher, N., unter Mitwirkung von Kneser, M.: Fachverband – Institut – Staat, Streiflichter auf das Verhältnis von Mathematik zu Gesellschaft und Politik in Deutschland seit 1890 unter besonderer Berücksichtigung der Zeit des Nationalsozialismus, *in:* Ein Jahrhundert Mathematik 1890–1990, Festschrift zum Jubiläum der DMV herausgegeben von G. Fischer, F. Hirzebruch, W. Scharlau, W. Törnig, Braunschweig (Vieweg) 1990, S. 1–82

Schappacher, N.: The Nazi era: the Berlin way of politicizing mathematics. In: Begehr, H.G.W., Koch, H., Kramer, J., Schappacher, N., Thiele, E.-J. (eds.) "Mathematics in Berlin", on behalf of the Berliner Mathematische Gesellschaft. Berlin · Basel · Boston (Birkhäuser) 1998, pp. 127–136

Schappacher, N., Scholz, E. (Hrsg.): Oswald Teichmüller – Leben und Werk, mit Beiträgen von K. Hauser, F. Herrlich, M. Kneser, H. Opolka, N. Schappacher, E. Scholz; Jahresbericht DMV **94**, 1–39 (1992)

Schivelbusch, W.: Die Kultur der Niederlage: Der amerikanische Süden 1865, Frankreich 1871, Deutschland 1918, Berlin (Alexander Fest Verlag) 2001

Scholz, E. (Hrsg.): Hermann Weyl's *Raum-Zeit-Materie* and a General Introduction to his Scientific Work; Basel · Boston · Berlin (Birkhäuser Verlag) 2001

Schroeder-Gudehus, B.: Les Scientifiques et la paix, la communauté scientifique internationale au cours des années 20, Montréal (Les Presses de l'Université de Montréal) 1978

Sieg, W., Sommer, R., Talbott, C. (eds): Reflections on the foundations of mathematics. Essays in honor of Solomon Feferman, ASL Lecture Notes in Logic, Natick, Mass. (A K Peters) 2002

Sigurdsson, S.: Hermann Weyl, mathematics and physics, 1900–1927. Thesis Harvard University, 1991

Teichmüller, O. (CP): Gesammelte Abhandlungen – Collected Papers, hrsg. von L.V. Ahlfors & F.W. Gehring, Berlin · Heidelberg · New York (Springer Verlag) 1982

Teichmüller, O.: Beweis der analytischen Abhängigkeit des konformen Moduls einer analytischen Ringflächenschar von den Parametern. Deutsche Mathematik **7**, 309–336 (1944) = [Teichmüller CP], Nr. 30, pp. 677–704

Weitzenböck, R.: Invariantentheorie, Groningen (P. Noordhoff) 1923

Weyl, H.: Über die Definitionen der mathematischen Grundbegriffe. Mathematisch-Naturwissenschaftliche Blätter **7**, 93–95 (1910) und 109–113 = Gesammelte Abhandlungen, Band I, 298–304

Weyl, H.: Das Kontinuum, Kritische Untersuchungen über die Grundlage der Analysis. Leipzig (Verlag von Veit & Comp.) 1918

Weyl, H.: Der circulus vitiosus in der heutigen Begründung der Analysis (Aus einem Briefe an O. Hölder). Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereingung **28**, 85–92 (1919)

Weyl, H.: Über die neue Grundlagenkrise der Mathematik. Mathematische Zeitschrift **10**, 39–79 (1921)

Weyl, H.: Erkenntnis und Besinnung (Ein Lebensrückblick), Studia Philosophica, Jahrbuch der Schweizerischen Philosophischen Gesellschaft / Annuaire de la Société Suisse de Philosophie, 1954 = Gesammelte Abhandlungen, Band IV, S. 631–649