Paul Valéry et la potentialité des mathématiques

Norbert Schappacher
IRMA, Université de Strasbourg

La mathématique est science des *actes sans choses* –
et par là des choses qu'on peut définir par des actes.
Faire, pouvoir sont les mots essentiels.
[Cahiers 1935, édition de la Pléiade, t. II, 811.]

1 « La présence de Paul Valéry parmi les mathématiciens, ses amis »

Il y a différentes manières de mener des réflexions mathématiques pour quelqu'un qui n'est pas un mathématicien professionnel, et ces variations se déclinent selon différents axes.

Un premier axe interroge les contenus et différencie donc ces réflexions mathématiques selon leur position par rapport à la méthode et aux savoirs mathématiques. Ici la gamme va de contributions à la recherche mathématique de la part d'outsiders[1], en passant par l'application des mathématiques au profit d'un autre domaine – que ce soit une science déjà mathématisée ou un domaine auquel l'auteur propose d'apporter un éclairage mathématique insoupçonné –, jusqu'à l'appréciation, voire la critique de méthodes ou pratiques mathématiques au nom de principes venus d'ailleurs. Ce dernier cas de figure est exemplifié par nombre de philosophes, tels Platon ou Kant, pour lesquels le succès manifeste de la méthode mathématique constitue un exemple clé, voire un pilier de leur projet philosophique. Cette appréciation philosophique des mathématiques peut amener Platon à critiquer les mathématiciens : ceux-ci auraient un comportement indigne ou ridicule quand ils parlent leur jargon technique qui reflète si mal, selon Platon, la gloire épistémologique de leur méthode.[2] De telles appréciations éclectiques de la pratique des mathématiciens ne sont pas rares chez ceux qui regardent les mathématiques du dehors, et on verra sous quelle forme elles s'expriment aussi chez Valéry.

Un autre axe recense l'intensité et la forme du contact engagé par l'outsider avec des mathématiciens professionnels. De tels contacts peuvent aller de la simple lecture de publications de mathématiciens, en passant par des échanges directs (épistolaires ou oraux), conditionnés le cas échéant par des constellations familiales, personnelles ou sociétales, jusqu'à une implication institutionnelle. On verra que toute la gamme des possibilités peut être observée chez Valéry.

Le but de cette petite note est d'essayer de situer des réflexions mathématiques de Paul Valéry par rapport à ces deux axes. Nous commençons par le deuxième axe, et par son extrémité institutionnelle : Elu à l'Académie française en 1925 Paul Valéry siégea par la suite à côté de scientifiques dans plusieurs comités dont certains étaient réellement interdisciplinaires, incluant des sciences exactes, ce qui ne manqua pas de consacrer officiellement ses contacts préexistants, entre autres avec des mathématiciens. Pour ne citer qu'un exemple, Valéry siégeait au *Conseil supérieur de la recherche scientifique* (créé par décret du Président de la République du 7 avril 1933) à côté d'Emile Borel, Aimé Cotton, Paul Langevin, Louis de Broglie pour les mathématiques et la physique, Charles Dupont et Claude Fromageot pour la chimie, du physiologiste André Mayer et de l'ethnologue Paul Rivet. Ce Conseil, avec la *Caisse Nationale de la Science* (CNS) créée en 1930 – qui elle devint *la* CNRS (avec *C* pour *Caisse*) en 1935 – fut en fait une des cellules embryonnaires du futur CNRS.[3]

---

[1] De tels cas existent (Eugène Ehrhart et Kurt Heegner en sont deux exemples remarquables du XX^{e} siècle), bien qu'ils soient devenus rares au fur et à mesure de la formalisation croissante des mathématiques.
[2] Voir Platon, *République*, 527a.
[3] Voir Denis Guthleben, *Histoire du CNRS de 1939 à nos jours. Une ambition nationale pour la science*. 2^{e} édition. Armand Collin 2013 ; p. 22-24. Cf. le deuxième document reproduit dans l'ouvrage *Histoire documentaire du CNRS, Tome I, Années 1930--1950*. Sous la direction de C. Nicault et V. Durand. CNRS Editions 2005. Voir aussi Jean-François Picard, *La République des savants. La recherche française et le CNRS*. Flammarion 1990, p. 40.

1.1 *Les grands courants de la pensée mathématique*

De manière moins institutionnelle, mais non moins significative, l'ouvrage collectif *Les Grands Courants de la pensée mathématique* dirigé par François Le Lionnais pour la série *L'humanisme scientifique de demain* s'ouvre sur une lettre de Paul Valéry de 1932 que nous allons parcourir. Ce livre volumineux, aussi riche qu'hétérogène, fut d'ailleurs un des premiers à offrir aussi à N. Bourbaki une tribune pour présenter sa vue polycéphale mais unifiée de la mathématique[4] à un public plus large. Rappelons aussi que Le Lionnais sera par la suite le cofondateur (avec Louis de Broglie et Jacques Bergier en 1950) et le président de l'*Association des écrivains scientifiques de France,* et créera en 1960 l'*Ouvroir de littérature potentielle*, Oulipo. Il avait commencé à travailler sur le projet des *Grands Courants de la pensée mathématique* dès avant la guerre, et Valéry lui avait alors promis une préface. Quand le volume fut finalement prêt à sortir en 1948, Valéry n'était plus, mais, explique Le Lionnais,

> … un ami qui savait le vide initial qu'y laissait la disparition du préfacier, me communiqua une lettre de Paul Valéry. Le correspondant avait sans doute questionné ce dernier sur l'initiation la meilleure aux sciences mathématiques. Et voici ce qu'il lui fut répondu :
>
> *« ……. Je suis d'abord assez étonné d'être pris pour conseiller en cette matière, puisque vous avez un mathématicien de profession sous la main. …. Je ne vois … aucun livre qui réponde entièrement à ce que vous désirez. Toutefois si l'aspect mathématique de la pensée, ou plutôt l'aspect philosophique des mathématiques vous attire, lisez les ouvrages de Bertrand Russel, qui sont très remarquables, et combinez-en la lecture avec celle des études critiques de H. Poincaré. …..*
>
> *« Mais d'une façon générale, si vous ne comptez pas faire des mathématiques votre objet principal d'études, et si vous n'en recherchez que le fruit typique que l'attention et l'analyse de concepts arbitrairement définis peuvent offrir à l'esprit, je me permets de vous donner le conseil de reprendre les premiers mots de cette science et de considérer en vous-même les problèmes les plus élémentaires (en apparence). – Ces prémisses sont d'ailleurs une source perpétuelle de réflexions et de découvertes pour les maîtres. Rien que dans la numérotation vous trouverez de quoi réfléchir longtemps. Songez que Leibniz n'a pas dédaigné de s'en occuper. La notation algébrique n'est pas moins intéressante à méditer ; toute la partie formelle et symbolique qui s'en est peu à peu dégagée et a pris un développement immense, est chose du plus haut intérêt. De même les définitions et postulats de la géométrie dont l'analyse infiniment subtile qu'on leur a appliquée dans les temps modernes a permis de concevoir la Physique comme une Géométrie généralisée.*
>
> *« Voilà, Monsieur, quelques suggestions. Je ne sais si elles répondent à vos désirs, mais je ne suis pas du tout un spécialiste, — tout au plus un admirateur et un amant malheureux de la plus belle des sciences. ….. »*
>
> Ces lignes inédites du poète qui révérait le Nombre et rêvait d'algorithmes pour la pensée ne remplaceront pas la préface qu'il nous avait promise et qui eût été le fronton parfait de cet édifice ; mais par les préoccupations qu'elle indique et le ton de ses conseils, il nous a semblé qu'elle avait ici sa place et surtout qu'elle affirmerait la présence de son auteur parmi les mathématiciens, ses amis. Elle accomplit ainsi le désir exprimé de son vivant.[5]

Nous retrouverons par la suite les conseils prodigués par Valéry dans cette lettre en regardant sa propre approche aux mathématiques. Mais poussons d'abord un peu plus loin notre analyse du deuxième axe. Nous venons de lire que les mathématiciens pouvaient, selon Le Lionnais, se considérer ses amis. Mais quelle idée faut-il se faire des échanges amicaux entre Valéry et les mathématiciens ?

Dans l'important index des noms dans l'édition de la Pléiade des *Cahiers* de Valéry ne figurent guère plus qu'une dizaine de mathématiciens contemporains de Valéry, et moins d'une vingtaine de savants du passé qui tiennent une place dans l'histoire des mathématiques. Ce petit nombre tient sans doute aussi à la nature particulière des notes matinales de Valéry, qui ne sont pas un journal ; il nous met néanmoins d'emblée en garde contre l'amalgame de la vision valéryenne des mathématiques de son temps avec le panorama historique que les mathématiques entre, disons, 1895 et 1945 évoquent pour nous aujourd'hui. Du reste, j'ai reculé devant la tache d'établir une liste plus complète de mathématiciens avec lesquels Valéry a été en contact, et de suivre

---

[4] Le groupe de mathématiciens qui signe N. Bourbaki publie son exposé systématique et encyclopédique des mathématiques sous le titre *Eléments de mathématique*, sans « s », pour souligner leur conception unifiée de cette science. Notons en passant qu'on trouve souvent, mais probablement sans raison particulière, ce même singulier « la mathématique » chez Valéry, et ceci bien avant la sortie des premiers fascicules des *Eléments* de Bourbaki à la fin des années 1930.

[5] *Les Grands Courants de la pensée mathématique*, F. Le Lionnais (dir,), Editions « Cahiers du Sud » 1948, p. 10-11.

ces contacts (autant que possible) à travers les différentes phases de sa vie. Ne pouvant être exhaustif, je me borne donc à quelques exemples choisis.

1.2 Henri Poincaré

Une allusion à Poincaré – et à un échange de lettres avec lui – dans l'*Introduction à la méthode de Léonard de Vinci* témoigne déjà tôt dans sa carrière de l'ambition valéryenne de vouloir « combiner les termes suivants, peinture, architecture, mathématiques, mécanique, physique et mécanismes »[7], conformément au sujet de cette étude. Et elle nous rappelle aussi le premier thème suggéré par Valéry dans la lettre citée en 1.1 : la *numérotation*. Il est intrigant de lire comment un article de Poincaré l'y amène à partir de sa réflexion sur « la conscience des opérations de la pensée »[8] : Une fois cette conscience des opérations de l'esprit acquise, elle leur reconnaît une « sorte d'égalité ou d'homogénéité » ; d'où la légitimité de « toutes les combinaisons » :

> A un point de cette observation ou de cette double vie mentale, qui réduit la pensée ordinaire à être le rêve d'un dormeur éveillé, il apparaît que la série de ce rêve, la nue de combinaisons, de contrastes, de perceptions, qui se groupe autour d'une recherche ou qui file indéterminée, selon le plaisir, se développe avec une régularité *perceptible,* une continuité évidente de machine. L'idée surgit alors, (ou le désir), de précipiter le cours de cette suite, d'en porter les termes à la *limite,* à celle de leurs expressions imaginables, *après laquelle tout sera changée*.[9]

Ce « passage à la limite des développements psychiques » suggère un processus infini convergent. Mais plutôt que de développer ou préciser cette idée, Valéry recule encore, reconnaît dans cette source des avances artistiques en même temps, sous sa forme rationnelle, le « fond de toutes les conceptions mathématiques » – tel que Poincaré venait de le mettre en valeur dans un article[10] publié peu avant la rédaction du *Léonardo*. Cet article de Poincaré est l'exemple type d'une de ses « études critiques » du genre que Valéry recommandera plus tard, dans la lettre que nous avons citée en 1.1 ; et Poincaré y consacre d'ailleurs la deuxième section à la preuve de Leibniz du fait que 2+2=4 ; Leibniz, nous l'avons vu, sera aussi explicitement mentionnée dans la lettre.

Mais Poincaré dans cet article posait d'emblée la question : où les mathématiques puisent-elles leur substance, en dépit de leur caractère apparemment déductif. Pour pouvoir exposer sa réponse essentielle tout en évitant des complications considérables de son argument, il écarta ensuite explicitement de sa discussion (p. 374) aussi bien la géométrie que l'analyse[11] (!), et ne s'occupa que des bases de l'arithmétique élémentaire pure pour laquelle il discuta alors le *principe de récurrence*[12], dont il dit que c'est un « procédé uniforme et qu'on retrouve à chaque pas ».

C'est cette observation de Poincaré que Valéry reprend pour son compte à la fin du passage du *Léonardo* qui nous intéresse :

> C'est une opération très semblable à lui [ceci fait référence l'état d'auto-conscience décrit plus haut], qui, sous le nom de raisonnement par récurrence, donne à ces analyses leur extension, et qui, depuis le type de l'addition jusqu'à la sommation infinitésimale, fait plus que d'épargner un nombre indéfini d'expériences inutiles : elle s'élève à des êtres plus complexes, parce que l'imitation consciente de mon acte est un nouvel acte qui enveloppe toutes les adaptations possibles du premier.[13]

Voilà incontestablement une belle synthèse métaphorique de la récurrence : le schéma axiomatique de la récurrence « enveloppe » effectivement toutes les déductions de la validité de l'énoncé proposé pour $n+1$ du même énoncé pour n. Malheureusement pour Valéry, le passage à la « sommation infinitésimale » n'est pas couvert mathématiquement par ce schéma. Il demanderait d'autres méthodes que la simple récurrence, ce qui est bien la raison pour laquelle Poincaré l'avait laissé de côté dans son article pédagogique. Du coup l'évocation citée du passage à la limite chez l'artiste perd un peu de son lustre, étant mal soutenu par l'analogie avec la mathématique. Autrement dit, Valéry s'est embrouillé un petit peu dans la manière dont il a voulu intégrer les mathématiques dans son analyse unifiée du travail artistique et scientifique.

---

[7] Extrait d'une lettre à Jules Valéry, citée d'après *Oeuvres,* édition de la Pléiade, t. I, p. 22.
[8] *Oeuvres,* édition de la Pléiade, t. I, p. 1161.
[9] *Oeuvres,* édition de la Pléiade, t. I, p. 1162.
[10] Henri Poincaré, Sur la nature du raisonnement mathématique. *Revue de métaphysique et de morale* 2 (1894), 311–384.
[11] Au sens de la discipline mathématique du calcul infinitésimal, autrement dit la théorie des passages à la limite.
[12] Au sens de la récurrence mathématique, ce qu'on appelle *proof by induction* en anglais.
[13] *Oeuvres,* édition de la Pléiade, t. I, p. 1163.

Nombreux sont les endroits où Valéry évoque les surfaces de Riemann, voire des variétés riemanniennes plus générales ou des notions de la topologie du XIX^{e} siècle. Ses allusions posent problème dans la mesure où il n'indique pas ce qu'il en sait et de quelle manière précise il entend utiliser ces objets géométriques pour construire un modèle des processus mentaux. Etant donné l'importance suprême de Riemann comme réformateur, voire révolutionnaire, des mathématiques du XIX^{e} siècle, la tentation est grande de projeter la pensée de ce géant aussi sur les réflexions valéryennes.[14] Or Valéry lui-même nous semble suggérer la plus grande modestie à cet égard dans une note de 1933, qui témoigne en même temps du chemin parcouru depuis le *Léonardo* où – nous venons de le voir – le passage de la discontinuité des nombres naturels à la sommation infinitésimale avait encore semblé aller de soi :

> La « psychologie » exigerait l'emploi de moyens comme les surfaces de Riemann ou les figures topologiques pour REPRESENTER les passages et les substitutions qui constituent la *structure successive* de l'état-instant.
> J'y pense sans lumières depuis 40 ans. La question de continu – est le point difficile – Car ces moyens géométriques de l'analyse sont liés au continu – Et ici c'est l'hétérogène et le discontinu qui dominent.[15]

1.3 Émile Borel

Parmi les mathématiciens proches de Paul Valéry, Emile Borel occupe une place distinguée de par la durée et la régularité de leurs échanges :

> Emile Borel l'avait connu [Paul Valéry] alors que le public l'ignorait encore. Probablement chez Adrienne Monnier. Les deux hommes se retrouvaient ensemble, une fois par semaine, pour déjeuner au Cercle de la rue de Poitiers (devenu Maison des X), pendant des années : « Sans femmes, pour parler sciences et nous exprimer sans contrainte. Les crudités sont indispensables à l'équilibre. » Il ne fut pas de mes « familiers personnels ».[17]

Camille Marbo – c'est-à-dire Marguerite Borel, née Appell, la femme d'Emile Borel – nous relate encore qu'en été 1925 Emile Borel, qui était alors ministre de la Marine, organisa

> une croisière en Méditerranée. Il décida d'emmener Paul Valéry et Jean Perrin à titre d'invités. …. Un an plus tard, Jean Perrin obtenait le prix Nobel [et] la renommée de Paul Valéry partait en fusée dans le ciel parisien.[18]

Voici une note plus tardive de Valéry, de 1935, qui semble reprendre une discussion avec Emile Borel, à moins qu'elle ne se rapporte à la lecture d'un de ses textes :

> Infini mathém[atique] – Ensembles.
> Questions mal engagées. Borel demande qu'est-ce que *donner* un ensemble infini ?
> C'est faire passer d'abord un *mot*.
> Observer que si l'on *pense* un point sur un segment – *du moment que ce point* est DISTINCT, il *appartient à un E dénombrable*.
> Si l'ensemble 0 – 1 n'est pas dénombrable, c'est qu'il est (ou SEMBLE) impossible de le constituer par *points distincts*.
> (Et en effet, dans mon idée – le segment 0 – 1 est un *tracement* ; le volume $A_xB_yC_z$ est un *enveloppement* ; la surface A_xB_y est un *encerclement* –
> Tandis que le *point x*, ou *xy*, ou *xyz* est un arrêt ou un « *objet* ». Qui trace ne marque pas. Qui marque ne trace pas. Qui *donne* un segment ne *donne* pas des « *points* ». Ce n'est pas un ensemble – c'est un objet. Ce n'est pas une collection. On peut se servir de ce segment ou espace pour installer des collections – Alors, quel que soit le procédé employé et la collection prélevée, cette opération)
>
> Quel que soit le point que l'on marque sur un continu, et de quelque manière qu'on s'y prenne – ce point appartient à un ensemble dénombrable *(au moins* à *un*).

[14] Voir par exemple Karin Krauthausen, Paul Valéry and Geometry – Instrument, Writing Model, Practice. *Configurations* vol. 18, no. 3 (2010), 231 – 249 ; ici p. 236–237.
[15] *Cahiers,* édition de la Pléiade, t. I, p. 837.
[17] Camille Marbo, *Souvenirs et rencontres (1883-1967)*, Paris (Grasset) 1968 ; p. 193. Je remercie Michèle Audin d'avoir partagé avec moi l'index des noms de ces mémoires qu'elle avait compilé pour ses propres besoins. – Selon Michel Jarretty, *Paul Valéry*, Fayard 2008, p. 550, Borel et Valéry ont fait connaissance plutôt chez Noémi Revelin.
[18] Camille Marbo, *Souvenirs et rencontres (1883-1967)*, Paris (Grasset) 1968 ; p. 217-218.

> Il en résulte que la non-dénombrabilité du reste ($A - E$) de l'ensemble, (et par conséquent du *tout*, A) n'est la propriété d'*aucun point* (de l'ensemble) considéré en soi – puisque tout point donné peut être défini par référence à un autre.
> En somme – l'indénombrable est constitué des points que l'on ne peut *marquer* – leur « existence » résulte du *fait* que des points *distincts* quelconques, (c'est-à-dire pouvant appartenir à des familles quelconques de points obtenus *un à un*), ne se confondent pas –[19]

Le contexte mathématique de cette note renvoie surement aux travaux de Borel de la première décennie du XX^{e} siècle sur la théorie des ensembles – ils sont regroupés dans la première partie du Tome III des *Œuvres de Emile Borel*, Editions du CNRS 1972.[20] Ces travaux avaient commencé en 1905 par une note sur le « Théorème de Zermelo » (qui prétend que tout ensemble peut être bien ordonné) et sa relation à l'Axiome du choix. Mais le fait que la note de Valéry introduit rapidement les *mots* fait plutôt penser au *paradoxe de Jules Richard* que Borel place au centre d'une publication de 1908.[21] Expliquons comment la note de Valéry reflète effectivement le traitement borélien de ce paradoxe.

Le paradoxe de Richard dans la théorie des ensembles date de 1905 et peut être paraphrasé comme ceci : L'ensemble de tous les nombres réels entre 0 et 1 qui peuvent être définis en un nombre fini de mots, est dénombrable. Donc on peut leur appliquer l'argument de la diagonale de Georg Cantor. Celui-ci produit un nouveau nombre réel qui, d'après sa construction, est encore défini par un nombre fini de mots, mais qui n'appartient plus à l'ensemble de départ – lequel devait pourtant contenir tous les nombres définissables en un nombre fini de mots : contradiction.

L'analyse de Borel de ce paradoxe – et de même celle que Poincaré présentera en avril 1909 à Göttingen dans sa cinquième conférence *Wolfskehl* sur les nombres transfinis – insiste sur le fait que le constat de la dénombrabilité d'un ensemble n'implique pas – loin s'en faut – la donnée effective d'une énumération de tous les éléments de cet ensemble ; or une telle énumération effective est requise pour obtenir effectivement un nouveau nombre par l'argument de la diagonale.

En lisant la note citée de Valéry au prisme de cette mise en contexte, nous constatons deux choses : D'une part le compte rendu des idées boréliennes que Valéry y donne est éclectique. Les moments forts (dans l'appréciation de Valéry) sont accentués au détriment de la trame de l'argument mathématique. En insistant par exemple sur le fait qu'un point effectivement marqué appartient à (au moins) un ensemble dénombrable Valéry n'indique pas d'où viennent cet ensemble ou ces ensembles. On peut juste deviner qu'il devrait s'agir d'ensembles de tous les points qui peuvent être fixés de la « même » manière que le point marqué initialement ; dans le cadre du paradoxe de Richard, ce sont les points définissables en un nombre fini de mots.

D'autre part, dans la parenthèse au milieu du passage cité Valéry met (son compte rendu de) l'argument de Borel en relation avec ses propres idées, privilégiant le traçage d'un segment. Or force est de constater que, si Borel et Valéry en réfléchissant aux fondements des mathématiques s'accordent sur l'importance des actes qu'opèrent les mathématiciens, et en particulier de l'acte de marquer un point distinct, ils diffèrent sur le traçage d'un segment comme donnée individuelle, qui n'est pas évoqué par Borel. En effet, toute l'approche ensembliste et les paradoxes qui en découlent se situent historiquement dans la période du continuum arithmétisé, qui n'est donc plus géométrique ni tracé.[22] La réflexion valéryenne exprime ses propres idées sur les fondements des mathématiques, en l'occurrence de la géométrie, et radicalise de cette façon la critique borélienne de la théorie des ensembles. Il y a eu au moins un mathématicien : Hermann Weyl qui, en partant des critiques de Borel et de Poincaré, a été amené à une critique non moins radicale du caractère inadapté du continuum arithmétisé par rapport à notre idée intuitive du continuum.[23] Mais ni le moment historique ni les motifs sous-jacents ne sont les mêmes que chez Valéry. Faute d'avoir trouvé la moindre indication d'un rapport entre les deux hommes, il convient de lier la radicalisation valéryenne avant tout au projet de sa vie. D'autres notes plus tardives semblent confirmer cette indépendance des réflexions de Valéry, comme celle-ci de 1940, intitulée « Sur la fantasmagorie cantorienne – transfinis », dans laquelle on lit en particulier :

---

[19] *Cahiers,* édition de la Pléiade, t. II, p. 811–812.
[20] Le mot « ensemble » est donc terminologique dans le passage cité ; il faudrait le rendre par *set* en anglais et par *Menge* en allemand. Et le mot « collection » utilisé par Valéry est sans doute une allusion à la définition naïve cantorienne d'un ensemble comme « collection d'objets de notre pensée ».
[21] Emile Borel, Les paradoxes de la théorie des ensembles. *Annales Ecole Normale Supérieure* 3^{e} sér. t. 25 (1908), 443-448.
[22] Voir par exemple Birgit Petri & Norbert Schappacher, On Arithmetization, in *The Shaping of Arithmetic after C.F. Gauss's* Disquisitiones arithmeticae, C. Goldstein, N. Schappacher, J. Schwermer (eds.), Springer 2007; pp. 343-374.
[23] Voir par exemple Hermann Weyl, *Das Kontinuum – Kritische Untersuchungen über die Grundlagen der Analysis*. Leipzig (Veit) 1918; p. 37.

> Je trouve vicieux et fantastique de considérer les grandeurs comme *formées* de *points*. On peut bien déterminer des *points* sur cette grandeur ou lui appartenant, mais non la construire par des points. On le dit, et même on le *fait* – mais en y ajoutant du *non-point*, – la liaison. On ne peut considérer plus d'un point. Si on veut en considérer 2, on trace une droite de l'œil.
>
> Tout ceci se résume dans une critique du procédé mathématique (très fécond, du reste) qui consiste à exploiter *le passage de l'acte à la chose* et la réciproque. Une courbe est un *objet* et *un acte*. Un nombre est une production par actes etc. ….[24]

Voici incontestablement une idée qui était chère à Valéry, et qui reflète toute l'importance que Valéry attache à l'acte de construction d'un objet mathématique, pour la notion même de celui-ci. Voir à ce propos la citation que nous avons mise en exergue au début, ainsi que l'exemple des parallèles que nous allons discuter au §3 plus loin. Il s'agit d'une réflexion philosophique sur la méthode mathématique, qui se situe à l'extérieur de la pratique des mathématiciens. La position de Valéry est ici comparable à celle de Platon citée en introduction : Platon aussi que Valéry insistent sur leurs façons d'apprécier les notions mathématiques, sans hésiter à s'opposer ainsi à la pratique de cette discipline.

Retenons que cette critique du continuum [0,1] cantorien qui donne la priorité à l'acte de tracer des segments, n'est ni celle de Borel, ni de Poincaré, ni celle de Weyl. Son ancrage se situe à l'extérieur du débat sur les fondements des mathématiques tel qu'il a été mené par les mathématiciens des premiers trente ans du XX^e^ siècle. Nous y tenons un premier exemple du fait que la présence chez Valéry d'éléments du discours des mathématiciens ne signifie pas forcément qu'il en partage la motivation principale ou la tendance.

Parfois il est très difficile de deviner ce que Valéry entendait par certains fragments mathématiques qu'il avait l'habitude de citer. Le mot « transfini » introduit par Georg Cantor – que nous avons déjà croisé mais dont les occurrences fréquentes ne sont malheureusement pas répertoriées par l'index de l'édition de la Pléiade des *Cahiers* – est un exemple particulièrement décourageant. Souvent son emploi défie toute signification mathématique précise ; voir par exemple la première citation du §2 plus loin.

Pour revenir su sujet des discussions avec Émile Borel, une note de 1935 met en relief les connaissances apparemment lacunaires de Valéry en ce qui concerne la crise de fondements des mathématiques. Il y explique le célèbre paradoxe de Russel (de 1901, publié en 1903) sous la forme du coiffeur qui rase tous les hommes qui ne se rasent pas eux-mêmes (forme attestée chez Russel au moins en 1918), mais en précisant qu'il l'a appris du mathématicien Franel de Zürich et qu'il s'agit d'un « problème de logique inventé par un de ses collègues au Polytechnicum » ![25] Malgré ses contacts avec le monde mathématique, Valéry n'était donc peut-être pas forcément au courant des débats de la communauté professionnelle. Et comme ses descriptions éclectiques de contenus mathématiques le montrent, il s'y intéresse avant tout en vue de ses réflexions sur la nature de notre conscience.

1.4 Jérôme Franel

Comme nous avons déjà mentionné ce mathématicien, grand réformateur (au début du XX^e^ siècle) de la Polytechnique de Zürich et amateur de littérature, dont Valéry a fait la connaissance lors de son premier exposé à Zürich en 1922 (sur l'Europe), regardons brièvement l'interaction entre ces deux hommes. Valéry note : « Conversation avec le cher Franel. J'adore cet homme excellent et géomètre. Il me permet de me laisser aller à mes idées. »[26] Et ainsi en 1932 :

> *Zurich*. Causant avec Franel après lecture de « Goethe » à l'Université, je lui dis que je rêve d'une théorie des nombres singuliers – – c'est-à-dire étude de tel nombre – en tant qu'il a des propriétés qui *ne se déduisent pas de sa construction par addition* – et qui permettraient peut-être de les ranger autrement que par suite arithmétique.
> Ceci conduit peut-être à considérer que les unités constitutives qui (par définition même du nombre) sont interchangeables – et indistinctes peuvent recevoir des fonctions intérieures au nombre – brut.
> Ainsi n coups frappés – chacun d'eux est d'une part une unité qui se fond dans les n, finalement – mais il est aussi le g^{me} ou le m^{me} – nombres isonomes.
> Il y aurait plusieurs 3, plusieurs 5 – en adjoignant à la loi de sommation, une loi de distribution.

---

[24] *Cahiers,* édition de la Pléiade, t. II, p. 820.
[25] *Cahiers,* édition de la Pléiade, t. II, p. 812.
[26] *Cahiers,* édition facsimile, t. XIII, p. 848 ; cf. Michel Jarretty, *Paul Valéry*, Fayard 2008, p. 743. La citation continue : « Nombres premiers – Langage. Je lui expose mon 'Symbolisme' Théorie des rapprochements ».

> Ce que l'on peut faire de *n* unités en les disposant.[27]

Le mathématicien Franel est connu pour sa reformulation de l'hypothèse de Riemann ; d'un autre côté le 23 septembre 1935 il confiera à Valéry lors d'un déjeuner à Zurich qu'il pense avoir démontré le Grand Théorème de Fermat ….[28] Valéry a bien choisi cette idée pour quelqu'un qui aime l'arithmétique. On se demande quelle fut la réaction de Franel ; Valéry n'en dit rien.

Notons qu'il ne s'agit pas ici d'une description éclectique d'une théorie mathématique existante. En lisant cette note je me mets à imaginer des notions mathématiques qui pourraient plus ou moins répondre à ce que Valéry demande. En même temps l'ancrage de cette idée dans le projet valéryen ne semble pas évident ; de toute façon ce rêve des nombres singuliers est ici présenté de manière isolée, ce qui est très différent par exemple du cas des célèbres « nombres plus subtils (N+S) » que Valéry lie tout de suite au fonctionnement de l'esprit.[29]

Paul Valéry avait l'habitude de préparer des questions, ou des petites provocations pour les scientifiques qu'il allait rencontrer – par exemple pour Einstein lors de son passage à Paris en 1929. En 1923 il note :

> Écrit à Borel : l'ambition de ma vie n'a jamais été que d'intéresser quelque peu les esprits qui ne se satisfont pas aisément.[30]

On pourrait se demander si son époque en fut une où le mur entre les sciences et les arts n'était pas encore aussi haut ; les *Deux Cultures* de C.P. Snow ne datent que de 1959. Toujours est-il que Valéry avec ses intérêts universels représente un cas exceptionnel dans son temps :

> Deux littératures - L'une dit ce que chacun sait et le veut écrire. L'autre essaie de me parler de ce que j'ignore.[31]

Finalement, pour Valéry observer un savant réagir à ses questions présentait un intérêt au-delà de la substance de la réponse. Voici un autre exemple, de 1938, mais qui est peut-être plus proche des mathématiques existantes :

> Hier chez Mme X[avier] Léon, réunion p[our] rencontrer [Federigo] Enriques (qui vient respirer un peu, hors Italie). Là, j'entame avec lui et [Elie] Cartan, mes hérésies mathématiques. Point, infini, égalité, ensembles. Je suis content de voir que ces idées sont écoutées.[32]

---

[27] *Cahiers,* édition de la Pléiade, t. II, p. 808. – Le mot « isonome » ne fait partie d'aucune terminologie arithmétique établie ; il semble que Valéry l'utilise pour indiquer les différents rôles qu'un nombre peut jouer dans sa théorie souhaitée.
[28] *Cahiers,* édition de la Pléiade, t. II, p. 893.
[29] Voir à ce propos la discussion stimulante de René Thom de cette notion dans l'ouvrage *Fonctions de l'esprit – 13 savants redécouvrent Valéry*, Textes recueillis et présentés par Judith Robinson-Valéry, Hermann 1983 ; ici pp. 196–197.
[30] *Cahiers,* édition de la Pléiade, t. II, p. 797-798.
[31] *Cahiers,* édition de la Pléiade, t. II, p. 1169.
[32] *Cahiers,* édition de la Pléiade, t. II, p. 902.

2. L'algèbre du rêve

Nous avons rencontré le « rêve d'un dormeur éveillé » dans le passage du *Léonardo* discuté au §1.2. Dans ce texte l'idée de la répétition de l'acte combinant les états de l'esprit avait amené Valéry à la *récurrence* mathématique. Il nous appartient à présent de saisir pourquoi Valéry associera plus tard le rêve – c'est-à-dire le rêve de toutes les nuits – à l'algèbre plutôt qu'à l'arithmétique. Voici comment Valéry l'a expliqué en 1911 :

> Combinatoire – spécieuse du rêve.
> Quand je dis : dans le rêve, tout est rêvé – cela veut dire : tout se compose.
> Dans la veille il y a plusieurs *corps* (au sens algébrique) essentiellement distincts, quelles que soient leurs liaisons formelles ou psychologiques – C'est ce que j'appelle le *significatif*. Ainsi *A* évoquant *B*, *A* et *B* demeurent des objets étrangers, pas du même *monde*. Et pourtant *A* a appelé *B*. De même *A* interrompu par *B*. Et si de la mort d'un être, je viens de penser à lui vivant – je n'expliquerai pas cette suite non réelle / objective / par une résurrection.
> Il n'y a pas composition de la suite ou de la liaison psychique pure avec les liaisons ou les êtres y contenus. L'opération est distincte de ses termes.
> *A* et *B* ne se combinent que dans des cas particuliers (en nombre indéfini / transfini /).
>
> Dans le rêve il y a combinaison générale. C'est un *groupe primitif*.
> On voit dans le rêve – l'idée *X* de la veille récente et l'idée *Y*, l'idée *X* et la *Y* s'emboitent et s'unissent intimement, sans avoir eu de relation dans la veille.
> Ainsi je raconte hier soir à M le fait *P*, contenant notion d'une rue *S* où est un édifice *E* – je rêve, la nuit, que je parcours avec M la rue *T* où est un édifice *E'* de même destination que *E* –
> ....
> Dans l'exemple précédent la rue *T* existe comme la rue *S*. Mais son souvenir prend la place du souvenir de *S*. Toutes les rues où un édifice *E* existe formaient un groupe dont *E* est invariant par rapport à la combinaison cherchée. Mais si une rue *R* est *choisie*, elle satisfait à la lacune mais entraîne avec elle des éléments nouveaux.[33]

L'association entre rêve et algèbre chez Valéry part donc du fait que dans le rêve nous pouvons librement combiner, composer tous ses éléments, comme on peut composer deux éléments d'un groupe (au moyen de la loi du groupe). Le mot « composer » est donc utilisé ici par Valéry pour faire allusion à son sens technique dans le cadre de structures algébriques, et le mot « spécieuse » du titre est également terminologique et va essentiellement dans le même sens, dans la mesure où il rappelle la discipline mathématique qui se doit à l'éclosion d'une *nouvelle algèbre,* appelée aussi *analyse* (ou *logistique*) *spécieuse* au tournant du XVI^{e} au XVII^{e} siècle, notamment par Viète. Si cette analogie purement formelle entre rêve et algèbre paraît donc suffisamment claire en soi, elle soulève néanmoins plusieurs questions :

La première concerne l'incertitude sur la notion de structure algébrique que Valéry maîtrisait. Il est certain qu'il a appris la notion de groupe, plus exactement groupe de substitutions, aux alentours de 1900, en particulier dans le contexte de la théorie des équations algébriques. On trouve par exemple dans un des *Cahiers* un énoncé (incomplet et un peu écorché) du « Théorème de Lagrange » caractérisant des fonctions rationnelles par leur invariance sous l'action d'un groupe de substitutions.[34] La notion de groupe chez Valéry est donc encore loin de la conception générale des structures algébriques de N. Bourbaki. Du coup quand Valéry parle de « groupe primitif » dans la note qu'on vient de lire, il s'agit sans doute d'un emprunt au langage mathématique concernant les groupes de substitutions fixé par Camille Jordan.[35]

De manière générale le contexte de la note valéryenne montre qu'il veut renforcer l'aspect de la possibilité de combinaison totale, entre tous les éléments, avec impossibilité de décomposer le groupe, ou bien son action sur les objets du rêve. En revanche, quand il évoque les « corps essentiellement distincts » qui accompagnent l'état de veille, ce serait surement inadéquat de demander à quelle loi d'addition et de multiplication il pense ; il passe du groupe total du rêve aux corps distincts de la veille pour accentuer le fait que les opérations des corps

---

[33] *Cahiers,* édition de la Pléiade, t. II, p. 63.
[34] *Cahiers 1894 - 1914,* t. III, p. 427.
[35] Voir par exemple C. Jordan, *Traité des substitutions* , Gauthier-Villars 1870, No. 48 : « Un groupe transitif est dit *non primitif,* lorsque les lettres peuvent y être réparties en systèmes contenant le même nombre de lettres, et tels que dans toutes les substitutions du groupe les lettres de chaque système soient remplacées par les lettres d'un même système : de la sorte, toutes les substitutions du groupe résulteront de déplacements d'ensemble entre les systèmes, considérés chacun comme tout d'une pièce, combinés avec des déplacements convenables opérés en même temps dans l'intérieur de chaque système entre les lettres qui le composent. – Les groupes dans lesquels les lettres ne sont pas susceptibles d'être réparties en semblables systèmes seront appelés par opposition *groupes primitifs*. » Cette notion correspond à ce qui est documenté dans le §10 de l'article de Peter M. Neumann : The Concept of Primitivity in Group Theory and the Second Memoir of Galois, *Archive History of Exact Sciences* 60 (2006), 379–429 ; ici pp. 414–418.

sont internes, stabilisent les corps en eux-mêmes, d'où l'indépendance et l'impossibilité de combiner librement tous les éléments de la conscience,

Plus haut (1.3) nous avons vu l'appréciation éclectique de raisonnements mathématiques (autour des fondements), à laquelle Valéry associa ou opposa sa propre vision des choses (traçage d'un segment). La description valéryenne du rêve par l'algèbre est différente : il s'agit d'un usage purement métaphorique de notions empruntées à une discipline mathématique, en l'occurrence pour décrire différents états de la conscience. La compréhension de l'algèbre à un certain niveau est essentielle pour avoir une métaphore scientifique fiable. Mais force est de constater que Valéry ne semble tirer de sa métaphore spécieuse aucune conséquence spécifique pour la théorie du rêve ou du réveil. Tout reste au niveau de la description des combinaisons.

Toutefois, on peut avoir l'impression que la métaphore algébrique du rêve, peut-être combinée avec d'autres influences, ré-imprègnent aussi son image de l'algèbre, comme dans la note suivante de 1937, qui se distingue d'autres remarques rattachant l'algèbre davantage à la théorie des grandeurs et des équations :

> L'algèbre est une science des actes (de ceux des actes qui peuvent se répéter, se combiner entre eux, leur combinaisons se substituer l'une à l'autre, – et se dé-combiner ou inverser exactement (ce qui n'est pas vraie de l'arithmétique)).
> Tout en « faire ».[36]

Comme dans la citation des *Cahiers* que nous avons mise en exergue, et comme pour le traçage d'un segment de droite au §1.3, ici aussi Valéry met en valeur un type d'actes qu'il voit à l'origine (d'une branche) des mathématiques. De nouveau, une discipline mathématique est donc fondée selon Valéry sur une espèce particulière de potentialité.

3. Le *postulatum*

Dans cette section, pour finir, nous montrons Valéry en train de proposer une ré-écriture d'un domaine mathématique. Il s'agit de la géométrie du plan, et elle nous fournira encore un exemple du rôle constitutif pour les mathématiques que Valéry accorde à certains actes.

Commençons par une note de 1903 – 1905 :

> L'important et le beau de la géométrie c'est (par sa *pureté*) qu'elle est un instrument de pensée – un mode de traitement – une manière de *voir* et de prolonger et non un objet étranger – Tout ce qui permet de bien discerner et de fixer des opérations de l'esprit est de nature géométrique – Et toutes les définitions géométriques *vraies* sont des constructions ou opérations – Nous ne pouvons *rien* de plus.
>
> Le résultat important de cette création d'instruments ou éléments purs c'est l'indépendance des règles de développement d'avec le thème – d'où étendues immenses – conséquences hors de la vue – souplesse, liberté.[37]

Cette note du début du siècle parle de la pratique d'une géométrie en cours de route. Elle n'aborde pas le rôle de constructions pour le fondement de la géométrie. Les axiomes de la géométrie – qui sont mentionnés, quoi qu'en passant, dans l'article de Poincaré auquel Valéry se réfère dans le *Léonardo* (voir 1.2 plus haut) – n'y sont pas abordés. Or ces axiomes venaient d'être analysés avec une subtilité inconnue jusque là par David Hilbert dans ses *Fondements de la géométrie* de 1899. Cette analyse créa le premier exemple pleinement développé d'une théorie mathématique moderne, formelle, dont les notions de base n'ont plus de signification objective ; leur sens n'est limité qu'implicitement par les axiomes auxquels elles sont assujetties. J'ignore quand et comment Valéry a pris connaissance de ce développement exceptionnel. En 1940 il y fait allusion, mais le critique aussitôt :

> Euclide n'est pas à mon gré. Et les grands perfectionnements logiques des modernes quant aux principes de la géométrie me semblent n'avoir pas repris cette analyse assez en avant. Par exemple dans la question des parallèles. Euclide la prend à partir de la ligne droite. Mais si on regarde la ligne en général et sa génération, on trouve que le parallélisme est inséparable de la ligne, car il est inhérent à tout tracement comme on le voit en se

[36] *Cahiers,* édition de la Pléiade, t. II, p. 816. Pour un exemple d'une note qui va plus dans le sens classique de l'algèbre des grandeurs et des équations, voir : *Cahiers,* édition de la Pléiade, t. II, p. 905-906.
[37] *Cahiers,* édition de la Pléiade, t. II, p. 783.

> servant d'un peigne ou d'un râteau, et en observant qu'à tout usage du mouvement on peut ajuster un râteau au lieu de style ou de pointe unique. Tout mouvement engendre une nappe ou ensemble linéaire parallèle.[38]

Et cette note est complétée par une autre, écrite un peu plus tôt :

> *De parallelis.*
> Des lignes sont parallèles quand elles sont du même mouvement. Tout mouvement de tracement engendre autant de parallèles qu'il peut entraîner de points distincts, d'écartement constant. (Les dents du râteau ne se rencontreront jamais.) Il n'y a donc pas de ligne qui n'implique une infinité de parallèles, et l'on ne peut concevoir de mouvement traçant qui traçât une ligne qui n'aurait pas de parallèles.[39]

Retour donc à l'acte de tracer que Valéry voulait déjà associer aux idées de Borel sur les intervalles en tant qu'ensembles non dénombrables – voir le §1.3 plus haut. Mais ici il se place dans le contexte des postulats euclidiens et de l'axiome de Playfair qui distingue la géométrie euclidienne des géométries non euclidiennes, et il ne critique pas que les modernes, mais aussi Euclide.

Pour comprendre son intervention rappelons que les trois premiers postulats (ou demandes, ou axiomes) du premier livre des *Éléments* d'Euclide spécifient les opérations de base admises en géométrie (plane) :

> 1. Qu'il soit demandé de mener une ligne droite de tout point a tout point.
> 2. Et de prolonger continûment en ligne droite une ligne droite limitée.
> 3. Et décrire un cercle à partir de tout centre et au moyen de tout intervalle.[40]

Les deux premiers postulats introduisent les opérations élémentaires à l'aide d'une règle, le troisième celles à l'aide d'un compas. A ces règles du jeu Euclide ajoute en particulier son célèbre cinquième postulat – celui donc qui caractérise la géométrie euclidienne – auquel on peut, au moins du point de vue du XIX^e siècle, substituer l'axiome attribué au mathématicien écossais John Playfair (1748–1819) qui dit que : *Etant donnée une droite D et un point P qui n'appartient pas à D, il existe une et une seule droite parallèle à D et passant par P.*

> Postulatum.
> Mener une parallèle à une droite donnée c'est reconstituer le tracement dans l'ensemble duquel est contenue cette droite
> Le tracement comporte plus qu'il n'en faut pour reconstituer, répéter le mouvement traceur.
> Si Lobatchevski a raison, cela implique que l'on ne peut pas re-tracer la même ligne –
> Car la parallèle euclidienne est une autre ligne – tandis que ma parallèle est de même tracement. Ce qui est en question par le postulatum est la possibilité unique de l'opération de construction d'une autre ligne, non l'existence.[41]

Pour Euclide (Définition 23 du Livre I des *Éléments*), dire que la droite donnée et celle postulée sont parallèles veut dire précisément qu'elles ne se coupent nulle part. La construction de la droite postulée est d'ailleurs déduite par Euclide – de manière contestable, vue d'aujourd'hui, peu importe – comme proposition 31 du Livre I des *Éléments*.

Face à cela, la réaction de Valéry est de substituer à la définition 23 d'Euclide une autre conception des droites parallèles – jouant sur l'écart constant entre les deux – tout en associant cette conception d'emblée à une opération génératrice grâce à un instrument géométrique qu'Euclide ne connaît pas : un peigne ou râteau. Il faut imaginer ce râteau, de manière analogue à un compas, avec un écart fixe mais réglable entre les dents. Dans le cas de deux dents par exemple, réglant leur écart à la distance[42] entre la droite *D* et le point *P* donnés, la construction à l'aide du râteau produit l'unique droite qui répond à l'axiome de Playfair. Autrement dit, la

---

[38] *Cahiers,* édition de la Pléiade, t. II, p. 822.
[39] *Cahiers,* édition de la Pléiade, t. II, p. 821.
[40] Ici et par la suite nous suivons l'édition et la traduction de Bernard Vitrac : Euclide, *Les Éléments,* volume I, PUF 1990.
[41] *Cahiers*, édition facsimile, t. XXIII, p. 268.
[42] Supposons, ce qui semble raisonnable, qu'une dent du râteau glisse sur une règle. Un problème dont Valéry ne s'occupe point est alors que l'angle du râteau par rapport à la règle détermine la distance entre les parallèles tracées. En fait, pire que cela : les lignes tracées par les dents ne sont parallèles que si cet angle reste inchangé pendant l'exécution, ce qui demande peut-être plus de dextérité que par exemple la manipulation d'un compas. On vend toutefois dans les magasins de musique des stylos quintuples pour tracer d'un mouvement des portées pour l'écriture musicale. Des croquis de Valéry de lignes courbes (plus ou moins) parallèles (*Cahiers*, édition facsimile, t. XXIV, p. 182), accompagnés d'un texte qui se termine par l'égalité « Ligne = indépendance de l'instrument traceur. », semblent indiquer une confiance aussi surprenante qu'inébranlable en sa conception de faisceaux parallèles.

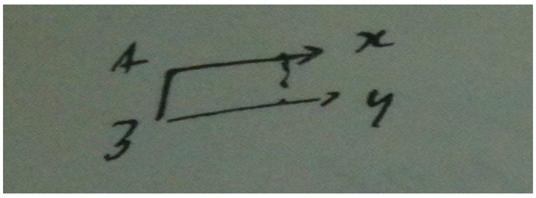
géométrie à la règle, le compas et le râteau est euclidienne. Un râteau sphérique, ou hyperbolique, n'existe pas. Le cas hyperbolique, associé au nom de Lobatchevski, est évoqué à la fin de la dernière note citée de Valéry, qui remarque très justement que ce genre de géométrie non euclidienne ne met en défaut que l'énoncé d'unicité contenu dans l'axiome de Playfair.

Mais il ne s'agit pas principalement d'agrandir notre outillage géométrique. Valéry a lu Euclide suffisamment de près pour savoir que dans ce texte ancien « une droite » signifie un trait fini, donc un segment, si bien que, pour énoncer que « deux droites sont parallèles » il faut prolonger indéfiniment et des deux côtés les segments initialement donnés, et un tel prolongement (vers un côté) est aussi explicite dans la formulation du cinquième postulat selon Euclide :

> 5. Et que, si une droite tombant sur deux droites fait les angles intérieurs et du même côté plus petits que deux droits, les deux droites, indéfiniment prolongées, se rencontrent du côté où sont les angles plus petits que deux droits.

Voici comment Valéry relève, et critique cette attitude euclidienne en 1941 :

> Le postulatum d'Euclide exige que l'infini soit admis dans la géométrie – De plus, que les parallèles soient des lignes dont les tracements soient indépendants l'un de l'autre, et donc successifs – ou que la même indépendance existe entre les parallèles qu'entre les lignes quelconques du plan.
> Je pense, au contraire, plus juste de considérer que toute ligne appartient à un ensemble de parallèles simultanés, comme un point.
> Alors l'équidistance à toute distance n'est plus définition mais conséquence. Et en quelque point que ce soit d'une ligne AC on trouvera toujours à distance AB un point d'une autre ligne continue, lieu des points B – et quel que soit AB. Ce lieu est une parallèle à AC.
> En réalité, l'idée de parallèle (ou ce que dit ce mot) flotte entre l'image qui est « stationnaire » et celle (motrice) de prolongement à l'infini –



> Mais le prolongement Ax, By est le même acte, la distance AB et la distance xy, n'entrent pas en jeu.
> C'est une constante d(AB)=0 et toute opération (mesure) sur AB ou sur xy donne le même résultat. On ne s'occupe même pas de Ax et de By qui n'ont rien à faire dans cette opération.
> Le parallélisme est donc une propriété indivisible de toute ligne – et non de la figure formée par un couple de lignes.[43]
>
> L'intuition des parallèles réside dans ce fait que notre perception saisit comme parallèles tout ensemble de lignes qu'elle conçoit comme tracées par un seul mouvement. Tout mouvement qu'on peut concevoir traçant plusieurs lignes à la fois engendre des paralléles. C'est une définition. Ainsi la notion de ligne est postérieure à celle de parallèle. Comme celle de point à celle de ligne, si l'on prend le mouvement comme fait initial.[44]
>
> Ligne
> On devrait appeler ligne la possibilité de tracer un trait et de le répéter en n'ayant égard qu'au mouvement de tracement et à cette observation que l'on peut retracer ce trait par un mouvement de sens contraire.
> Ainsi toute « ligne » est cyclique. Prolonger une ligne à l'infini est inconcevable. Car il faut que BA soit identifiable à AB. Quand on parle d'infini, il faut traduire.[45]

Réviser l'outillage du géomètre par addition du râteau n'est donc qu'un symptôme de l'approche valéryenne aux fondements de la géométrie ; son réflexe de base est de remonter à l'acte primordial du traçage. Nous ignorons tout de même si ces notes de Valéry de 1940 ont été occasionnées d'une façon ou d'une autre par la préparation des *Leçons sur les constructions géométriques* que Henri Lebesgue, le père de la nouvelle théorie de l'intégration et de la mesure du XX[e] siècle, allait professer au début de 1941 au Collège de France. Ce fut le dernier enseignement annuel de Lebesgue. Y sont étudiées les étendues des constructions géométriques

---

[43] *Cahiers*, édition facsimile, t. XXV (1941), p. 152–153.
[44] *Cahiers*, édition facsimile, t. XXIV (1940-1941), p. 83.
[45] *Cahiers*, édition facsimile, t. XXIV (1940-1941), p. 669.

réalisables avec différents outillages autorisés. Si aucun râteau n'y fait partie de l'arsenal considéré, Lebesgue parle tout de même de l'usage d'une règle à deux bords parallèles, et de transporteurs de distance….[46]

Indépendamment du contexte immédiat de ces notes de Valéry, la question se pose quant à leur place par rapport à l'histoire ou la philosophie des mathématiques. La stratégie d'éliminer les géométries non euclidiennes grâce à une convention qui prend la forme d'une construction pratique idéalisée fait penser à certains auteurs conventionnalistes. L'exemple type d'une telle philosophie de la géométrie qui éprouve le besoin d'asseoir la théorie mathématique sur une construction primordiale de ses notions fondamentales est fourni par Hugo Dingler. Celui-ci insistait beaucoup dès les années 1920 sur le bon fondement de la notion du plan (qui sera alors forcément euclidien) par ce qu'il appela le *Dreiplattenverfahren*, une méthode de fabrication, glanée de l'industrie de précision, d'une surface plane par ponçage cycliquement itéré de deux d'entre trois corps entre eux. Pour Dingler comme pour Valéry la base d'une science devait être jetée par des actes. L'approche dinglérienne aux fondements des sciences a d'ailleurs été continuée après 1945 en RFA par une école de philosophes autour de Paul Lorenzen.[47]

Ni Dingler ni Valéry n'ont infléchi le chemin de la géométrie au XX^{e} siècle. Les mathématiciens qui se sont souciés de leurs propositions l'ont fait par un intérêt au delà de leurs agendas mathématiques. La proposition originale de Valéry pour une refonte de la géométrie ne présente actuellement qu'un intérêt historique ou philosophique.

Selon Jean Dieudonné l'idée de Valéry qui « voit l'origine des parallèles dans le tracement de 'courbes parallèles' à l'aide des dents d'un râteau » montre qu'il « n'arrive pas à comprendre ce que signifie le postulat d'Euclide. »[48] Ce qui est sûr c'est que Valéry a lu Euclide autrement que Dieudonné. L'analogie vague avec Dingler d'une part – dont nous ne pensons pas qu'elle soit basée sur une influence quelconque – et la gronderie bourbachique de l'autre viennent tout à propos pour nous rappeler cette position délicate de Paul Valéry : entre contacts amicaux, occasions mondaines, et les retraits matinaux face à soi-même, il était à la fois intimement proche et profondément éloigné des sujets de ses réflexions. Catherine Pozzi – l'amie souvent sceptique – écrit en octobre 1921 dans son journal : « Je crains qu'il ne soit, ainsi que moi, un compreneur à demi, ou quelqu'un qui va au-devant de la science, trouve autre chose (soi) et s'en contente… »[49]

Pour Valéry les mathématiques devaient assumer leur base opérationnelle, leur caractère de potentialité systématique :

> J'ai cherché (sans trop me la préciser) la liaison des définitions – postulats – des math[ématiques] avec la sensibilité (spéciale) et la motricité – c'est-à-dire avec les constituants des actes. – Ce qui est naturel – puisque les math[ématiques] ne sont, en dernière analyse, qu'une prescription d'actes aboutissants à un nombre ou à un tracement, par voie de *Je puis* successifs.[50]

C'est en partant de cette image de la discipline – et pas des problèmes de recherche à l'ordre du jour dans le monde mathématique – qu'il est parfois allé jusqu'à indiquer à la discipline des développements potentiels. Ces indications n'ont pas eu d'effet. Sa distance à la profession des mathématiciens est restée considérable malgré ses nombreux lectures et contacts personnels. Son appréciation philosophique des mathématiques marquée par les mots *pouvoir* et *faire* reste néanmoins une inspiration durable sous le signe de la potentialité.

Remerciements

En m'invitant spontanément et cordialement au colloque de Frankfurt/Oder, Andrea Allerkamp et Pablo Valdivia Orozco m'ont donné l'occasion et le désir de me pencher sur les lignes mathématiques de Paul Valéry. Je leur suis profondément reconnaissant. Susanna Huebschmann m'a induit à regarder de près la note de Valéry « Infini mathématique – ensembles » discutée au §1.3. Je remercie Catherine Goldstein d'avoir relu et amélioré une première version de ce texte et de m'avoir indiqué le cours de Lebesgue mentionné au §3.

---

[46] Henri Lebesgue, *Leçons sur les constructions géométriques professées au Collège de France en 1940-1941*. Gauthier-Villars 1950. Voir en particulier le chapitre IV : *Emplois divers des instruments de construction*, pp. 48–63.
[47] Cf. N. Schappacher, Pour une lecture continue de Hugo Dingler, *Philosophia Scientiae* 18 – 2 (2014), 105-117 & 18 – 3 (2014), 269-272.
[48] Jean Dieudonné, La conception des mathématiques chez Valéry. In *Fonctions de l'esprit – 13 savants redécouvrent Valéry*, Textes recueillis et présentés par Judith Robinson-Valéry, Hermann 1983 ; ici p. 189.
[49] Catherine Pozzi, *Journal 1913-1934*. Nouv. éd. Editions Claire Paulhan 1997 / Editions Phébus 2005 ; p. 224.
[50] *Cahiers,* édition de la Pléiade, t. I, p. 843. (1936)