

Programme du cours *Analyse complexe* Printemps 2026.

1. Nombres complexes :
  - a. Conjugaison,
  - b. Inverse.
  - c. Forme exponentielle. Valeur absolue et argument.
  - d. Formule d'Euler.
  - e. Formule de Moivre.
  - f. Forme matricielle.
  - g. Vecteurs propres de la forme matricielle.
2. Préliminaires en analyse dans  $\mathbb{R}^2$  :
  - a. Courbes paramétrées et non-paramétrées,
  - b. Champ vectoriel (réel et complexe) comme opérateurs différentiels.
  - c. Transformation de champs vectoriels par difféomorphismes.
  - d. Champs vectoriels  $\frac{\partial}{\partial z}$  et  $\frac{\partial}{\partial \bar{z}}$ .
  - e. Fonction holomorphe.
  - f. Application conforme.
  - g. 0-formes, 1-formes et 2-formes différentielles.
  - h. Produit de formes.
  - i. Intégrale d'une 1-forme contre un chemin.
  - j. Intégrale d'une 2-forme contre un domaine.
  - k. Différentiel extérieur,
  - l. Théorème de Stokes,
  - m. Calcul des intégrales doubles utilisant le théorème de Stokes.
  - n. Formes fermées et exactes.
  - o. Lemme de Poincaré.
  - p. Primitive d'une 1-forme fermée.
  - q. Primitive d'une 2-forme.
3. Topologie.
  - a. Homotopie.
  - b. Indice d'un chemin fermé par rapport à un point.
  - c. Domaine simplement connexe.
  - d. Formes holomorphes sont fermées.
  - e. Intégral d'une 1-forme fermée est un invariant d'homotopie.

- f. Revêtement universel.
  - g. Formule de Cauchy.
4. Séries
- a. Série entière.
  - b. Rayon de convergence.
  - c. Analyticité d'une fonction holomorphe.
  - d. Fonctions entières.
  - e. Inégalités de Cauchy.
  - f. Convergence sur le bord. Transformation d'Abel. Théorème de convergence radiale d'Abel.
  - g. Principe de maximum.
  - h. Théorème de Liouville.
  - i. Théorème des zéros isolés.
  - j. Convergence des séries de fonctions holomorphes.
5. Singularités et résidus.
- a. Classification des singularités.
  - b. Séries de Laurent.
  - c. Fonctions méromorphes.
  - d. Ordre d'un zéro/pôle.
  - e. Résidu.
  - f. Résidu à l'infini.
  - g. Théorème de résidus.
  - h. Formule de Cauchy matricielle.
  - i. Résidu logarithmique.
  - j. Théorème de d'Alambert-Gauss.
  - k. Théorème de Rouché.
  - l. Inversion de Bürmann-Lagrange.
  - m. Calcul des intégrales et des séries.
  - n. Lemme de Jordan.
6. Géométrie
- a. Une application holomorphe est conforme.
  - b. Prolongement analytique.
  - c. Fonction  $\Gamma$  d'Euler.
  - d. Fonction bêta, formule des compléments.
  - e. Principe de maximum.

- f. Lemme de Schwartz.
  - g. Automorphismes de  $\mathbb{C}$ ,  $\mathbb{C}P^1$ ,  $\mathbb{H}$  et  $D(0, 1)$ .
  - h. Théorème de l'uniformisation de Riemann (énoncé).
  - i. Petit théorème de Picard.
  - j. Grand théorème de Picard (énoncé).
  - k. Théorème de Mittag-Leffler.
  - l. Théorème de factorisation de Weierstrass.
7. [Symbole de Steinberg](#)
- a. Propriétés du symbole.
  - b. Symbole des fonctions méromorphes.
  - c. Théorème de résidus multiplicatif.

## Références

- [1] [H. Cartan, Théorie élémentaire des fonctions analytiques d'une ou plusieurs variables complexes.](#)
- [2] [B. Shabat, Introduction l'analyse complexe. Tome 1. Fonctions d'une variable](#)
- [3] [F. de Marçay, Analyse complexe.](#)
- [4] [S. Morita. Geometry of differential forms.](#) Surtout chapitres 2.1a, 2.1c, 2.2c, 3.2a, 3.2b.