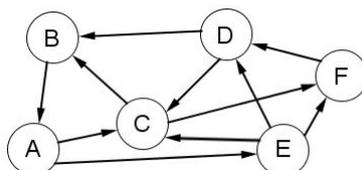


Informatique S6 - CC1

Exercice 1 (Graphe (12.0 points)).

On va construire une classe graphe. On voit un exemple de graphe sur l'image ci dessous.



On va écrire une classe simplifiée de graphe. On définit un graphe par un vecteur et une matrice : un vecteur appelé "degré" et une deuxième appelée "adjacence". Le vecteur des "degrés" est défini par

d_i = nombre de noeuds sur lequel pointe i

La matrice d'adjacence est définie par

$A_{ij} = 1$ si j pointe vers i , 0 sinon

Question (4.0 points). Écrire la classe graphe qui contient comme attribut :

- un entier n (nombre de noeud du graphe),
- deux pointeurs de "int" qui contiendront deux tableaux simples de taille n pour le vecteur et n^2 pour la matrice qui contiendront les coefficients.

Écrivez les constructeurs par défaut, par copie, le destructeur et l'opérateur "=".

Question (1.0 points). Écrivez une méthode privée qui permet connaissant les indices i et j de connaître l'indice $j + i * n$ dans le tableau simple A de taille n^2 .

Question (1.5 points). Écrivez les accesseurs et mutateurs qui permettent notamment d'accéder ou de modifier les coefficients de la matrice A (adjacence) et vecteur d (degré).

Question (2.5 points). Écrivez à l'opérateur "+" qui concatène deux graphes G_1 et G_2 ayant le même nombre de nœuds. Pour cela on utilise les opérations : et

$$A_{ij}^{\text{total}} = 1 \text{ si } A_{ij}^1 = 1 \text{ ou } A_{ij}^2 = 1, 0 \text{ sinon}$$

et

$$d_i^{\text{total}} = \sum_{k=0}^n A_{ki}^{\text{total}}$$

Question (3.0 points). Pour valider tout cela : créez deux graphes G_1 et G_2 dans le main. Les deux graphes contiendront les 6 nœuds du graphe de l'image. Le 1er contiendra les arêtes entre A B et C. Le second les autres arêtes. Pour finir on sommerá les graphes dans un troisième appelé G.

Remarque : si vous arrivez pas à faire le plus vous pouvez directement construire G qui contient le graphe total de l'image.

Exercice 2 (Page-rank (9.5 points)).

On considère ici un graphe dont les sommets sont des pages web et les arêtes des liens entre ces pages. $A_{ij} = 1$ si le site j pointe vers le site i. On va regarder l'algorithme dit "pagerank" de google qui analyse les liens entre les pages web afin de définir un score à chaque page qui sera utilisé pour les classer.

Question (2.5 points). Construisez une méthode de la classe "graphe" qui prend un graphe G et construit la matrice (de "double") de probabilité associée P de taille n^2 qui sera donné en paramètre et sera modifié par la fonction :

$$P_{ij} = \frac{A_{ij}}{d_j}, \text{ si } d_j \neq 0$$

et

$$P_{ij} = \frac{1}{n}, \text{ si } d_j == 0$$

Cette matrice stochastique admet une valeur propre maximal $\lambda = 1$. A chaque page on va associer un score r_i tel que l'ensemble des scores, le vecteur r de taille n , satisfasse :

$$r = Pr$$

On cherche donc le vecteur propre associé a $\lambda = 1$. Pour calculer ce vecteur propre on utilise une version modifiée de P.

Question (2.0 points). Construisez une méthode de la classe "graphe" qui prend une matrice de probabilité associée P et un double α et modifie P en \hat{P} :

$$\hat{P}_{ij} = \alpha P_{ij} + (1 - \alpha) \frac{1}{n}$$

avec α un paramètre de la fonction.

On peut montrer que l'algorithme itératif

$$r^{k+1} = Ar^k$$

converge vers le vecteur propre de P.

Question (2.0 points). Implémenter une méthode dans la classe qui calcule le produit matrice vecteur (elle prend, A, b, x en entrée et modifie x) :

$$x_i = (Ab)_i = \sum_j^n A_{ij} b_j$$

Question (3.0 points). Construisez une méthode de la classe "graphe" qui prend un graphe et calcule le score. Pour cela elle construira la matrice stochastique puis la matrice stochastique modifiée. Pour finir elle calcule itérativement

$$r^{k+1} = Ar^k$$

On s'arrêtera au bout de 100 itérations.