L1 S2 - Mathématiques pour les sciences - DM2

Amaury Bélières Frendo - Université de Strasbourg

Avril 2024

Consignes

Ce DM peut se faire en groupe (max 2 personnes).

1 Equation différentielle linéaire d'ordre 1 à coefficients non constants et à second membre polynomial

Résoudre le problème suivant

$$y' + (\frac{t}{e})^t \ln(t) y = t^2; \tag{1.1}$$
$$y'(0) = 1. \tag{1.2}$$

Indices :

- dans un premier temps, on pourra chercher une primitive de $t \mapsto (\frac{t}{e})^t \ln(t)$, en proposant une reformulation astucieuse du terme $(\frac{t}{e})^t$;
- trouver l'ensemble des solutions du système homogène associé à (1.1) ;
- trouver une solution particulière de (1.1) sous la forme d'un polynôme de degré 2 ;
- donner la forme de toutes les solutions de (1.1);
- en déduire la solution de (1.1) qui satisfait les conditions aux limites (1.2).

2 Equation différentielle linéaire d'ordre 2 à coefficients constants et à second membre trigonométrique

Résoudre le problème suivant

$$y'' - y' - 1 = \sin^4(t); \tag{2.1}$$
$$y(0) = y'(0) = 1. \tag{2.2}$$

Indices :

- en remarquand que pour $t \in \mathbb{R}$, $\sin(t) = \frac{e^{it} - e^{-it}}{2i}$, proposer une linéarisation de $\sin^4(t)$ (c'est à dire une formule où il n'ya plus de puissances de sinus);
- trouver l'ensemble des solutions du système homogène associé à (1.1) ;
- Exprimer (2.1) comme étant la partie réelle d'une équation dans $\mathbb{C}$, et en donner une solution particulière.
- donner la forme de toutes les solutions de (2.1) en utilisant le principe de superposition (conf votre cours) ;
- en déduire la solution de (2.1) qui satisfait les conditions aux limites (2.2).