Mis à jour le 3 février 2026.

Programme du cours *Analyse complexe* Printemps 2026.

1. Nombres complexes :
   a. Conjugaison,
   b. Inverse.
   c. Forme exponentielle. Valeur absolue et argument.
   d. Formule d'Euler.
   e. Formule de Moivre.
   f. Forme matricielle.
   g. Vecteurs propres de la forme matricielle.
2. Préliminaires en analyse dans $\mathbb{R}^2$:
   a. Courbes paramétrées et non-paramétrées,
   b. Champ vectoriel (réel et complexe) comme opérateurs différentiels.
   c. Transformation de champs vectoriels par difféomorphismes.
   d. Champs vectoriels $\frac{\partial}{\partial z}$ et $\frac{\partial}{\partial \bar{z}}$.
   e. Fonction holomorphe.
   f. Application conforme.
   g. 0-formes, 1-formes et 2-formes différentielles.
   h. Produit de formes.
   i. Intégrale d'une 1-forme contre un chemin.
   j. Intégrale d'une 2-forme contre un domaine.
   k. Différentiel extérieur,
   l. Théorème de Stokes,
   m. Calcul des intégrales doubles utilisant le théorème de Stokes.
   n. Formes fermées et exactes.
   o. Lemme de Poincaré.
   p. Primitive d'une 1-forme fermée.
   q. Primitive d'une 2-forme.
3. Topologie.
   a. Homotopie.
   b. Indice d'un chemin fermé par rapport à un point.
   c. Domaine simplement connexe.
   d. Formes holomorphes sont fermées.

   e. Intégral d'une 1-forme fermée est un invariant d'homotopie.
   f. Revêtement universel.
   g. Formule de Cauchy.
4. Séries
   a. Série entière.
   b. Rayon de convergence.
   c. Analyticité d'une fonction holomorphe.
   d. Convergence sur le bord. Transformation d'Abel. Théorème de convergence radiale d'Abel.
   e. Inégalités de Cauchy.
   f. Principe de maximum.
   g. Théorème de Liouville.
   h. Théorème des zéros isolés.
   i. Convergence des séries de fonctions holomorphes.
   j. Fonctions entières.
5. Singularités et résidus.
   a. Classification des singularités.
   b. Séries de Laurent.
   c. Fonctions méromorphes.
   d. Ordre d'un zéro/pôle.
   e. Résidu.
   f. Résidu à l'infini.
   g. Théorème de résidus.
   h. Résidu logarithmique.
   i. Théorème de d'Alambert-Gauss.
   j. Théorème de Rouché.
   k. Formule de Cauchy matricielle.
   l. Inversion de Bürmann-Lagrange.
   m. Calcul des intégrales et des séries.
   n. Lemme de Jordan.
6. Géométrie
   a. Une application holomorphe est conforme.
   b. Prolongement analytique.
   c. Fonction Γ d'Euler.
   d. Fonction bêta, formule des compléments.

e. Principe de maximum.

f. Lemme de Schwartz.

g. Automorphismes de $\mathbb{C}$, $\mathbb{C}P^1$, $\mathbb{H}$ et $D(0, 1)$.

h. Théorème de l'uniformisation de Riemann (énoncé).

i. Petit théorème de Picard.

j. Grand théorème de Picard (énoncé).

k. Théorème de Mittag-Leffler.

l. Théorème de factorisation de Weierstrass.

7. Symbole de Steinberg

a. Propriétés du symbole.

b. Symbole des fonctions méromorphes.

c. Théorème de résidus multiplicatives.

Références

[1] H.Cartan, Théorie élémentaire des fonctions analytiques d'une ou plusieurs variables complexes.

[2] B. Shabat, Introduction l'analyse complexe. Tome 1. Fonctions d'une variable

[3] F. de Marçay, Analyse complexe.