Année 2018-2019
Emmanuel Franck — Mathématiques Appliquées L3

Informatique S6 - CC1

Exercice 1 (**Espace vectoriel de polynome** (9.0 points)). *On considère le $\mathbb{K}$-espace vectoriel $\mathsf{P}_2(\mathbb{K})$ des polynomes 2D à coefficients et valeur de retour dans $\mathcal{K}$ de degré inférieur ou égal à deux. Il est donné par*

$$V = \left\{ P(x,y) = a + b_1 x + b_2 y + cxy + d_1 x^2 + d_2 y^2, \quad \forall (x,y) \in \mathbb{K}x\mathbb{K} \right\}$$

Il s'agit d'un espace vectoriel pour l'addition.

Question (3.5 points). *Ecrire le template de classe **poly2D2** avec constructeurs/destructeur qui contient comme membre les coefficients du polynomes ainsi que les accesseurs et mutateurs et l'opérateur "=". La class "K" sera paramètre du template.*

Question (1.0 points). *Ecrire un opérateur "()" évaluant le polynome pour un couple (x,y).*

Question (1.25 points). *Surcharger l'opérateur "+"*

Question (0.75 points). *Donnez un exemple d'addition de deux polynomes avec $\mathbb{K} = \mathbb{C}$*

Question (2.5 points, plus dur). *Surchager l'opérateur "*" dans le cas particulier $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ (spécialisation de template). Il faut faire attention car un produit de deux s de dégré ≤ 2 est un polynome ≤ 2 si la somme des deux degrés satisfait ≤ 2. On doit donc tester la nullité de coefficients pour savoir quand la multiplication est possible.*

Exercice 2 (**Base orthonormale** (14.5 points)). *Le but de l'exercice est de construire une base orthogonale pour un espace de vecteur.*

Question (3.25 points). *Ecrire une classe **base_orthogonale** avec constructeurs/destructeur, qui contient comme membre n la dimension du vecteur (et de l'espace), deux tableaux **dynamiques** (pointeur de double) de dimension n^2 (un pour la base non orthogonale, un pour la future base orthogonale). Les tableaux contiendront les vecteurs à la suite.*

Question (1.0 points). *Ecrire une fonction privée qui permet d'accéder à la $j$ème composante du $i$ème vecteur et renvoie l'indice k dans le tableau 1D. La formule est donnée par*

$$k = i * n + j$$

Question (2.5 points). *A l'aide de la fonction précécente, écrire les accesseurs/mutateurs pour lire/écrire la $j$ème composante du $i$ème vecteur pour les deux types de bases.*

Question (2.0 points). *Remplir le tableau de la base non-orthogonale avec un exemple pour* $n = 3$ *avec*

$$\mathbf{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Question (2.0 points). *Ecrire une fonction qui projette le vecteur* $\mathbf{v}$ *par rapport au vecteur* $\mathbf{u}$ *avec la formule. Elle prendra comme arguments : le vecteur* $\mathbf{v}$, $\mathbf{u}$ *et le vecteur de retour* $\mathbf{p}$. *La formule est donnée par :*

$$p = P_{\mathbf{u}}(\mathbf{v}) = (\mathbf{u}, \mathbf{v})/(\mathbf{u}, \mathbf{u})\mathbf{u}$$

Question (3.75 points, plus dur). *Ecrire une fonction qui construit la base avec Gram-Schmidt :*

$$\mathbf{u}_k = \mathbf{v}_k - \sum_{i=1}^{k-1} P_{\mathbf{u}_i}(\mathbf{v}_k)$$

et $\mathbf{u}_1 = \mathbf{v}_1$. *On pourra s'aider de deux pointeurs appeler* u_l *et* v_k *deux pointeurs qu'on fera pointer sucessivement sur les cases des tableaux correspondant aux vecteurs* $\mathbf{v}_k$ *et* $\mathbf{u}_l$.