Année 2018-2019
Emmanuel Franck — Mathématiques Appliquées L3

Informatique S6 - CC4

On s'intéresse à la résolution d'équation physique ici l'équation de la chaleur. On considère la température $T(t,x)$. L'évolution de la température est donnée par l'équation différentielle (dit EDP) :

$$\partial_t T(t,x) - \partial_{xx} T(t,x) = 0$$

avec $T(t=0,x) = f(x)$ sur un domaine $\Omega = [0,2]$ avec $T(t,x=0) = T(t,x=2) = 0$. On peut calculer une solution approchée de cette équation avec la suite vectoriellz suivante

$$\mathbf{T}^{n+1} = \mathbf{T}^n + A\mathbf{T}^n$$

avec $\mathbf{T}$ un vecteur et A une matrice carré de taille N_v (N_v le nombre de points pour approcher l'équation différentielle).

$$A = -\frac{1}{h^2}\begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 & \dots & \dots & \vdots \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & \dots & \vdots \\ \vdots & 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \dots & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ \vdots & \dots & \dots & 0 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

et $h = \frac{1}{N_v - 1}$.

Exercice 1 (**Vecteur**). *La classe vecteur est déjà implémentée et donnée dans le fichier "vecteur_hpp".*

Question. *(0.75 points)*

Ajouter la fonction qui calcule la norme infinie

$$\parallel \mathbf{T} \parallel_\infty = max_{i\in\{0,N_v-1\}}(T_i)$$

Question. *(1.75 points)*

Implémenter un test unitaire dans la classe qui teste différentes fonctions de la classe (on peut utiliser des valeurs particulières de n).

Exercice 2 (**Matrice**). *Maintenant on souhaite écrire des classes pour gérer les matrices. On introduira une première classe "matrice" abstraite avant d'introduire une classe pour un stockage particulier.*

Question. *(1.25 points)*

Ecrire un template de classe appelée "matrice" avec comme paramètre de template "m" la taille. Implémenter le constructeur par défaut et le destructeur. Introduire deux fonctions virtuelles pures "get(int,int)" et set(int,int,double)" pour lire et écrire un coefficient.

Question. *(2.25 points)*

Ecrire une fonction "norm" appartenant à la classe qui calcule la norme infinie avec les fonctions précédentes :

$$\| \mathbf{A} \|_\infty = max_{i \in \{0, N_\nu - 1\}} \left(\sum_j \mid A_{ij} \mid \right)$$

Question. *(Sur copie, 1.0 points)*

Justifier pourquoi les fonctions "set", "get" et "norm" sont virtuelles pures ou non.

Question. *(Sur copie, 0.5 points)*

Pourquoi la classe "matrice" est-elle dite "abstraite" ?

On souhaite écrire une classe permettra de stocker une matrice tri-diagonale du type de A à l'aide de 3 tableaux : un pour la diagonale, un pour la sur-diagonale et un pour la sous-diagonale. Le reste des éléments étant nuls, on n'a pas besoin de stocker les termes nuls.

Question. *(Sur copie, 0.5 points)*

Quelle est la taille des trois tableaux ? Justifiez.

Question. *(1.25 points)*

Ecrire un template de classe appelé "matricetri" avec comme paramètre de template "m" la taille et qui hérite de la classe "matrice". Cette classe contiendra trois tableaux pour stocker la matrice tri-diagonale. Ecrivez constructeur par copie, défaut et destructeur.

Question. *(Sur copie, 0.75 points)*

Quelle type d'allocation mémoire (statique ou dynamique) avez-vous utilisé ? Peut-on utiliser les deux ? Justifiez.

Question. *(2.5 points)*

Implémentez les fonctions "get" et "set" héritées de "matrice".

Question. *(0.75 points)*

Proposez un exemple de spécialisation sur la fonction "get".

Exercice 3 (Solveur et simulation). *On s'intéresse d'abord au produit matrice-vecteur (fichier "solveur.hpp").*

Question. *(2.5 points)* *Ecrivez un template de fonction qui prend un pointeur sur un élément de "matrice" et un pointeur sur un élément de "vecteur" qui fait le produit matrice vecteur optimisé pour le cas tri-diagonal et qui renvoie un vecteur.*

Question. *(Sur copie, 0.5 points) Quels sont les avantages du stockage tri-diagonal par rapport à un stockage plein ?*

Question. *(Sur copie, 1.5 points) Donnez deux raisons pour lesquelles les arguments sont des pointeurs (l'une est lié au polymorphisme). Expliquez.*

Pour finir on va écrire la suite dans le fichier "main.cpp"

Question. *(2.0 points) Introduisez un vecteur "xn" et une matrice "A" de taille* N_ν*. Remplissez la matrice avec la formule de la page 1. Remplissez le tableau "xn" avec la fonction "f" pour* $t = 0$ *et* $x_i = i * h$.

Question. *(2.75 points) Ecrivez la boucle en temps qui résout la suite jusqu'au temps final* Tf *avec le temps courant "time" qui est incrémenté de* dt *à chaque itération. Calculer la solution exacte au temps t en évaluant la fonction "f" au temps "t" et afficher à la fin la norme de la difference entre "xn" et le vecteur de référence.*

Question. *(1.0 points) Définissez un "vector" de la STD et à chaque itération, stocker dans ce vecteur le temps courant "time" a l'aide des fonction "back" et "push_back".*