Année 2018-2019
Emmanuel Franck Mathématiques Appliquées L3

Informatique S6 - Rattrapage

On considère l'espace vectoriel $\mathbb{K}^n$

Exercice 1 (**Vecteur**). *La classe vecteur est déjà implémentée et donnée dans le fichier "vecteur_hpp".*

Question. *(1.0 points)*

Ecrire un template de classe avec comme paramètre une classe $\mathbf{K}$ *et un taille* n *. Elle contiendra les constructeurs et destructeurs classiques ainsi que le "get" et le "set". Justifiez sur copie votre choix pour le stockage.*

Question. *(1.0 points)*

Surchargez les opérateurs "+", "-", "=".

Question. *(1.5 points, sur copie)*

Surchargez l'opérateur "," (qui correspondra au produit scalaire). Expliquez la difficulté liée au template "K" spécifique a cette fonction.

Question. *(0.5 points)*

Surchargez l'opérateur "cout".

On propose maintenant de construire une sous espace de $V \in \mathbf{K}^n$ *définit par*

$$x = \alpha \underbrace{\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ ... \\ 0 \end{pmatrix}}_{v_1} + \beta \underbrace{\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \\ 0 \\ ... \\ 0 \end{pmatrix}}_{v_2}$$

Question. *(1.25 points)*

Ecrivez une classe "Plan" héritée de la classe précédente décrivant ce sous espace. Proposez notamment un constructeur en fonction α *et* β*.*

Question. *(1.75 points, sur copie)*

Ecrivez une fonction virtuelle "base_orthogonale" dans la classe mère et qui dans la classe fille construira une base orthogonale (à partir de la famille v_1, v_2*) par le procédé de Gramm-Smith. Justifiez pourquoi la fonction est virtuelle et non virtuelle pure.*

Question. *(1.0 points)*

$$\mathrm{proj}_{\mathbf{u}}(\mathbf{v}) = \frac{\langle \mathbf{u}, \mathbf{v} \rangle}{\langle \mathbf{u}, \mathbf{u} \rangle}\mathbf{u}.$$

Le procédé de Gram-Schmidt est alors :

$$\begin{aligned}
\mathbf{u}_1 &= \mathbf{v}_1,\\
\mathbf{u}_2 &= \mathbf{v}_2 - \mathrm{proj}_{\mathbf{u}_1}(\mathbf{v}_2),\\
\mathbf{u}_3 &= \mathbf{v}_3 - \mathrm{proj}_{\mathbf{u}_1}(\mathbf{v}_3) - \mathrm{proj}_{\mathbf{u}_2}(\mathbf{v}_3),\\
&\ \ \vdots\\
\mathbf{u}_k &= \mathbf{v}_k - \sum_{j=1}^{k-1} \mathrm{proj}_{\mathbf{u}_j}(\mathbf{v}_k),
\end{aligned}$$

Avec :

- < , >, le produit scalaire dans l'espace considér

Dans le main : construisez 2 vecteur de "Plan", reel et de taille 5. Affichez la base orthogonal de "Plan", Construisez deux vecteurs de "Plan" qui contiennent ces deux vecteurs de base et vérifier numériquement l'orthogonalité et l'orthonormalité.

Question. *(2.25 points)*

Sommez ces deux vecteurs et stockez les dans un vecteur $\mathbb{K}^n$ puis dans un vecteur "Plan". Lequel de ces deux cas va compiler, lequel ne va pas compiler ? Expliquez pourquoi l'une des deux opérations ne peut pas marcher.

Question. *(1.25 points)*

Proposez des test unitaires afin de tester l'ensemble de ces deux classes.

Exercice 2 (**Marche aléatoire**). *On souhaite a simuler une marche aléatoire en 1D. Il s'agit de la suite aléatoire*

$$X_n = X_n + S$$

avec X_n la position de l'individu après n pas. $X_0 = 0$. L'evolution est décrite par avec $S = 1$ si $x > \alpha$ et $S = -1$ $x < \alpha$. x est un nombre aléatoire entre -1 et 1.

Question. *(1.0 points)*

Ecrivez une classe marche aléatoire avec comme paramètre un "vector" x contenant les positions au fur et à mesure de "n" et un double α.

Question. *(1.75 points)*

A l'aide des fonctions spécifiques de vecteurs écrivez la fonction "marche(int m)" qui part de la suite avec les k première positions calculées et calcul les "m" suivantes. Le nombre aléatoire est généré avec
" std : :uniform_real_distribution<> d(-1.0,1.0) ;
std : :random_device re ;"
au début de la fonction et "d(re)" pour générer le nombre.

Question. *(1.75 points)*

A l'aide des fonctions spécifiques de vecteurs écrivez une fonction qui donne la position courante, une qui calcul le nombre de fois que le marcheur passe par zéro et une somme les termes de la suite.

Question. *(1.0 points)*

A l'aide des fonctions spécifiques de vecteurs, écrivez une fonction qui efface les "m" derniers pas et une autre qui efface tous les pas.

Question. *(1.5 points, sur copie)*

Justifier au maximum l'utilisation de "vector" par rapport au allocations statique ou dynamique.

Question. *(1.75 points, sur copie)*

Pour une suite on calcule 1000 pas et note la position finale. On fait cela 100 fois et calcule la moyenne des 100 positions finales. On fait cela deux fois une pour $\alpha = 0.0$ et une fois pour $\alpha = 0.2$. Sur copie donnez les deux positions moyennes obtenues et essayer d'expliquer la différence.