

## CS L2 Calcul scientifique. TP “interpolation”

Le but de ce TP est de mettre en évidence certains phénomènes liés à l’interpolation des fonctions. Pour les calculs, on s’aidera du logiciel Scilab.

Considérons sur l’intervalle  $[-1, 1]$  les fonctions suivantes :

$$\begin{aligned} f_1 & : x \rightarrow \sin(2\pi x) \\ f_2 & : x \rightarrow \frac{1}{\frac{1}{10} + x^2} \\ f_3 & : x \rightarrow \begin{cases} -1 & \text{si } x < 0 \\ +1 & \text{si } x \geq 0 \end{cases} \\ f_4 & : x \rightarrow |x| \end{aligned}$$

Un entier  $N > 0$  étant fixé, on considère également la subdivision régulière (R) dont les points sont donnés par

$$x_k = -1 + \frac{2k}{N}, \quad 0 \leq k \leq N,$$

ou la subdivision de Tchebychev (T) dont les points sont donnés par

$$x_k = \cos\left(\frac{(2k+1)\pi}{2(N+1)}\right) \quad 0 \leq k \leq N.$$

1. Réaliser un programme qui calcule et trace les polynômes de Lagrange pour une subdivision donnée. Expliquer votre programme, en particulier le choix des indices dans les vecteurs. Comment choisissez-vous le nombre de points pour le tracé ?
2. Au moyen de ce programme, tracer les polynômes de Lagrange pour les subdivisions (T) et (R) pour  $N = 5$ . A quoi voyez-vous que votre programme est juste ?
3. Réaliser un programme pour calculer et tracer le polynôme

$$Q(x) = 2^N \prod_{k=0}^N (x - x_k).$$

Expliquer ce programme.

4. Tracer  $Q$  pour les subdivisions (R) et (T) pour  $N = 10$  puis  $N = 20$ . Que constatez-vous ?
5. Dans le cas de la subdivision régulière (R), vérifiez que  $|Q|$  atteint son maximum entre  $x_0$  et  $x_1$ . Vérifiez aussi que la majoration faite en TD est bien satisfaite.
6. En utilisant les polynômes de Lagrange et la subdivision (R), calculer et tracer les polynômes d’interpolation de  $f_1 \dots f_4$  pour  $N = 5, 10$  et  $20$ . Conclusion ?
7. Refaire les calculs précédents en utilisant la subdivision (T). Conclusion ?