

M2 CSSI Projet EDP TP1

S1

Manipulation des matrices avec stockage profil

1. écrire un programme qui lit une matrice A sur un fichier et l'affiche à l'écran. Le fichier ne contiendra que les valeurs non nulles de la matrice. La première ligne contiendra un entier n égal au nombre de termes non nuls. Puis chaque ligne sera de la forme $v \ i \ j$ avec $A_{ij} = v$. On utilisera le stockage profil. Afficher la matrice ligne par ligne, zéros compris.
2. écrire un programme qui convertit le stockage morse en stockage profil. Rappelez en quoi consiste le stockage profil ainsi que son intérêt. Montrez sur quelques exemples bien choisis que votre programme fonctionne (afficher tous les tableaux).
3. Sur quelques exemples bien choisis, montrer que vous êtes capables de résoudre des systèmes linéaires en utilisant le stockage profil. On utilisera le sous-programme fourni sur <http://www-irma.u-strasbg.fr/~helluy>. Comme pour la question précédente, tout tester: afficher les tableaux, la décomposition LU ainsi que la solution des systèmes linéaires.

Résolution de l'équation de Laplace 1D avec éléments finis de de degré deux

On considère maintenant le problème

$$\begin{aligned} -u''(x) &= f(x), & x \in]0, 1[, \\ u(0) &= u(1) = 0. \end{aligned} \tag{1}$$

1. Rappeler comment approcher par éléments finis ce problème (résumer le cours): éléments finis, noeuds, connectivité, élément fini de référence, interpolation de Lagrange de degré 2, transformation élémentaire, intégration numérique, procédures d'assemblage, application des conditions aux limites par méthode de pénalisation, résolution.
2. écrire un programme pour résoudre le problème aux limites. On utilisera les mêmes noms de variables que dans le cours (pour faciliter le débogage). Décrire successivement le rôle des tableaux suivants
 - (a) tableau de connectivité
 - (b) tableaux des points et des poids de Gauss sur l'élément de référence
 - (c) tableaux des valeurs des fonctions de base et leurs dérivées aux points de Gauss
 - (d) matrice de rigidité élémentaire
 - (e) vecteur force élémentaire
 - (f) tableaux pour le stockage profil de la matrice du système linéaire
3. Sur un petit maillage à 2 éléments finis, vérifier que votre programme ne contient pas d'erreur (calculer à la main ou avec Maple les matrices de rigidité élémentaires, vérifier que celle-ci sont correctes puis que la procédure d'assemblage est correcte). Décrire précisément votre procédure de vérification: calcul des matrices et comparaison avec des affichages de tableaux bien choisis dans votre programme. Inclure les sorties du programme à votre rapport.
4. Calculer une solution particulière du problème (1). Comparer la valeur de cette solution aux noeuds du maillage avec la solution numérique obtenue par la méthode des éléments finis pour un maillage à 10 éléments. Vérifier graphiquement la bonne coïncidence des courbes. Effectuer aussi une vérification quantitative (on pourra tracer par exemple le logarithme de l'erreur en norme L^2 en fonction de $\ln(\Delta x)$, Δx étant la longueur des éléments finis).