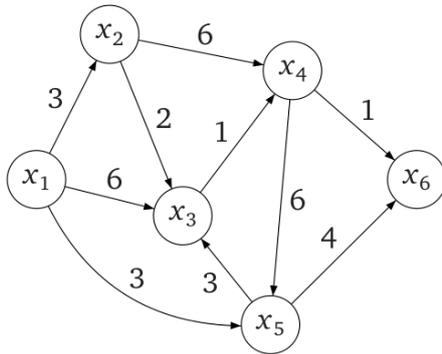


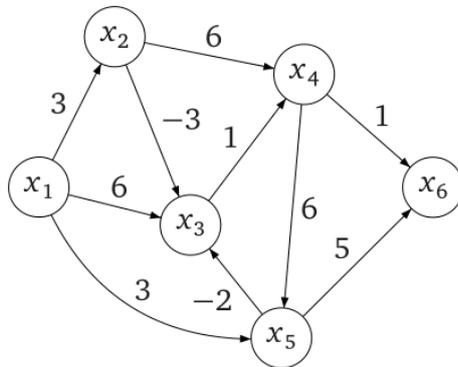
Révision

15 décembre 2016

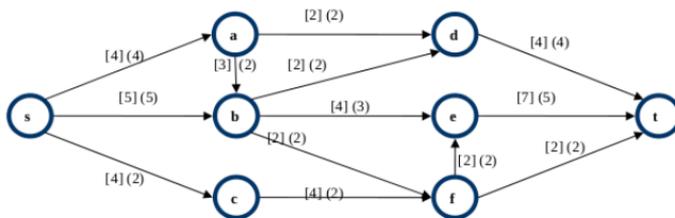
1. Pour le graphe suivant, calculer le chemin optimal de x_1 à x_6 .



2. Pour le graphe suivant, calculer le chemin optimal de x_1 à x_6 .



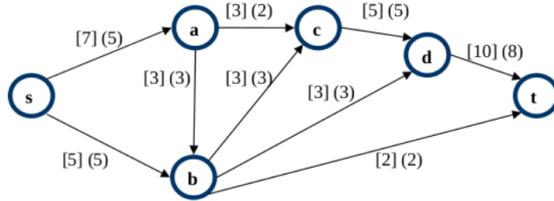
3. I. Soit le réseau de transport de la figure ci-dessous où les capacités des arcs sont données entre crochets. On considère le flot de s à t , de valeur 11, indiqué sur la figure ci-dessous ; les flux correspondants sont notés entre parenthèses sur chaque arc.



1. Déterminer par l'algorithme de Ford-Fulkerson un flot maximal sur ce réseau.
2. Donner une coupe de capacité minimale.

- 4.

Soit le réseau de transport de la figure ci-dessous où les capacités des arcs sont données entre crochets. On considère le flot de s à t , de valeur 10, indiqué sur la figure ci-dessous ; les flux correspondants sont notés entre parenthèses sur chaque arc.



1. Prouver, en utilisant l'algorithme de Ford-Fulkerson, que le flot considéré est de valeur maximale.
2. On cherche à augmenter la valeur du flot maximal en augmentant les capacités des arcs. Déterminer, dans le réseau, un ensemble de 3 arcs, A , vérifiant la propriété suivante : pour obtenir un flot de valeur supérieure à 10, il est nécessaire d'augmenter la capacité d'au moins 1 arc de A . Justifier votre réponse.
3. Choisir, parmi les arcs de A , celui dont la capacité est minimale et montrer que l'augmentation de sa capacité permet d'augmenter à coup sûr la valeur du flot.
4. Augmenter de une unité la capacité de l'arc déterminé à la question 3 et calculer, par l'algorithme de Ford-Fulkerson, la valeur du flot maximal dans ce cas.

5. On considère la matrice creuse suivante

$$A = \begin{bmatrix} 8 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 4 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}.$$

- a) Donner son graphe d'adjacence.
- b) Combien de mémoire faut-il pour stocker cette matrice sous forme ligne de ciel ?
- c) Renommer les inconnues par l'algorithme de Cuthill-McKee en partant du sommet
5. Donner la matrice de permutation P associé au changement de base pour la nouvelle numérotation.
- d) Donner le nouveau profil de la matrice $A' = P^{-1}AP$.
- e) Même question en prenant la permutation inverse. Conclusion ?