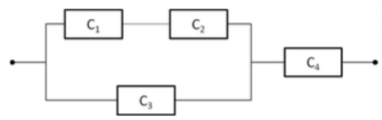
Fiabilité

<u>Exercice 1</u> : Montages et diagrammes de fiabilité

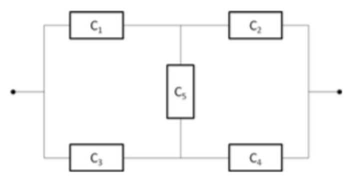
Soit un montage composé de n équipements $C_1, C_2, \ldots, C_n$.
On appelle respectivement $T_1, \ldots, T_n$ les variables aléatoires « dates de première panne » des éléments $C_1, \ldots, C_n$; $v_1(t), \ldots, v_n(t)$ leur fiabilité ; $\lambda_1(t), \ldots, \lambda_n(t)$ leur taux de panne. On suppose que les évènements « panne de Ci » sont indépendants.

On considère les cas suivants :

a) Montage série-parallèle



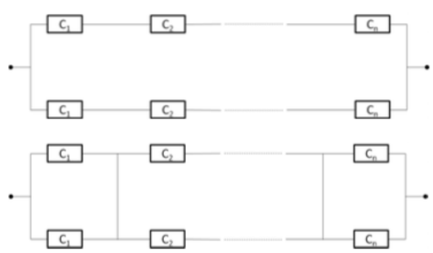
b) Système en pont de Wheatstone :



1. On appelle T la variable aléatoire « date de première panne » du montage et v(t) la fiabilité de ce montage. Exprimer, dans les 2 cas précédents, T en fonction des T_i et v(t) en fonction des $v_i(t)$ puis des $\lambda_i(t)$.

2. En déduire le temps moyen jusqu'à la première panne du système en supposant des fiabilités exponentielles, toutes de même taux.

3. Comparer la fiabilité des deux montages suivants à t, symbolisés par les diagrammes ci-dessous, l'élément C_i ayant la fiabilité V_i à l'instant t.



<u>Indication</u> : on montrera que la fiabilité du second montage est supérieure à celle du premier. Pour ce faire, on pourra poser $\overline{v_i} = 1 - v_i$ = 1-vi et développer l'expression $\prod_i (1 - \overline{v_i})$

<u>Exercice 2</u> : stratégies de renouvellement d'un équipement

On a relevé, pour une série d'équipements neufs identiques, l'évolution suivante :

Date n	0	1	2	3	4	5
Nb d'équipements en état de marche	100	90	60	20	2	0

1. On suppose que tout équipement tombé en panne dans l'intervalle [n-1, n] est remplacé par un neuf à la date n.
Considérons alors l'un des 100 équipements neufs à la date n=0 ; après chaque panne, il sera remplacé et nous nous intéressons à l'âge de son remplaçant en marche à la date n (soit A(n)).

On suppose que A(n) est une chaîne de Markov d'ordre 1.

Calculer à partir des données statistique précédents, les probabilités de transition de la chaîne A(n) ;
En déduire le nombre moyen d'équipements remplacés à la date n (on fera le calcul numérique effectif pour les 5 premières périodes).

2. Quels seraient le niveau de réapprovisionnement et la répartition des âges au bout d'un très grand nombre de périodes ?
Quelle remarque peut-on faire par rapport aux calculs précédents ?

3. On veut déterminer une stratégie de remplacement de coût moyen minimal lorsque :
a) les coûts suivants sont introduits :
- coût de panne P (remplacement exclu)
- coût de remplacement q
- coût d'entretien α_k.m pour un matériel d'âge k, c'est-à-dire k périodes entières de fonctionnement.
b) à la date n, on a le choix entre les décisions suivantes :
- maintenir l'équipement (s'il n'est pas en panne)
- remplacer l'équipement.

Déterminer une stratégie de coût moyen minimal pour les données numériques suivantes :
- P=60 ; q=30 ; m=10
- un horizon de N=2 périodes ;
- la matrice de passage de la question 1 ;
- le tableau des α_k suivant :

k	0	1	2	3	4
α_k	1	3/2	5/2	4	5