

## Méthodes de résolution de systèmes linéaires

1. Dans Scilab, programmer une fonction `factolu(inf,diag,sup,b)` qui calcule la décomposition LU d'une matrice tridiagonale  $A$  stockée dans les tableaux `inf(1:n-1)`, `sup(1:n-1)`, `diag(1:n)` et qui renvoie la solution du système linéaire  $Ax = b$ . Vérifier votre programme.
2. Même question avec la méthode de Cholesky. Utiliser cette méthode de résolution de système linéaire pour calculer la spline du TP précédent.
3. Dans Scilab, programmer une fonction `pivgauss(tabA)` qui résout le système linéaire  $Ax = b$ . On stockera  $A$  et  $b$  dans le tableau `tabA(1:n,1:n+1)`. Le résultat  $x$  sera stocké dans la dernière colonne de `tabA`. Ecrire le programme sans utiliser les opérations vectorielles de Scilab.
4. Comparer les temps de calcul avec le programme réalisé en 1 sur des matrices assez grandes. Conclusion ?
5. Vérifier que le programme fonctionne sur plusieurs exemples. Trouver un système linéaire pour lequel le programme ne fonctionne pas très précisément (car on ne choisit pas le pivot max) : tester avec des matrices de Hilbert [https://fr.wikipedia.org/wiki/Matrice\\_de\\_Hilbert](https://fr.wikipedia.org/wiki/Matrice_de_Hilbert)
6. Améliorer le programme écrit en 3 avec une stratégie de pivot max et en utilisant les opérations vectorielles. Vérifier votre programme. Vérifier que les opérations vectorielles accélèrent le code.
7. Dans Scilab, programmer une fonction `LU(tabA)` qui renvoie la décomposition LU de  $A$ . On stockera  $A$  et sa décomposition LU dans le même tableau `tabA`. Écrire aussi une fonction `desrem(L,U,b)` qui renvoie la solution de  $Ax=b$ , si  $L$  et  $U$  contiennent la décomposition LU de  $A$ . Vérifier la programmation.
8. Même question que ci-dessus pour la décomposition

$$A = PLU$$

où  $P$  est une matrice de permutation associée à la recherche du pivot max par colonne. Ici, il suffit de stocker la permutation dans un vecteur.

## Méthode d'intégration numérique

1. Programmer une fonction Scilab `int_num(a,b,pgauss,wgauss,N)` qui calcule

$$\int_a^b f(x)dx$$

par une méthode de Gauss composite : l'intervalle  $[a, b]$  est décomposé en  $N$  sous-intervalles de même taille et on applique une méthode de Gauss d'ordre  $d$  sur chaque sous-intervalle. Les points et les poids de Gauss sont stockés dans `pgauss` et `wgauss`.

2. Tester la méthode pour calculer  $\int_0^1 \exp(x)dx$ ,  $\int_0^1 \ln(x)dx$ , avec divers degrés de la méthode de Gauss et en faisant varier  $N$ . Conclusion ?
3. Vérifier numériquement l'ordre des méthodes lorsque  $N \rightarrow \infty$ .