TAN TP1. Interpolation

Exercice 1

Initiation à Scilab

voir `http://www-irma.u-strasbg.fr/~mehrenbe/scilab-quickref.pdf`

Exercice 2

1. Dans Scilab, écrire une fonction lag(x,i,t) qui pour une subdivision x, un entier i et un réel t calcule la valeur du $i^{\text{ème}}$ polynôme de Lagrange associé à la subdivision x en t.
2. Tracer avec Scilab ces polynômes de Lagrange pour une subdivision régulière
$$x_i = a + (b-a)\frac{i-1}{N-1}, \quad i = 1 \dots N,$$
de l'intervalle $[a,b]$ à N points, pour plusieurs valeurs de N. Prendre $a = -1$, $b = 1$.
3. Même question pour la subdivision de Tchebychev $x_i = \frac{a+b}{2} + \frac{b-a}{2}\cos(\frac{(2i-1)\pi}{2N})$, $i = 1 \dots N$. Que constate-t-on ?
4. Tracer sur un même graphe les polynôme d'interpolation P_N des fonctions suivantes pour la subdivision régulière et pour plusieurs valeurs de N.
$$f(t) = \sin(2\pi t), \quad f(t) = \frac{1}{1+10t^2}$$
5. Même question avec la subdivision de Tchebychev. Conclusion ?
6. On fixe maintenant le nombre de points d'interpolation N. On subdivise l'intervalle $[a,b]$ en n sous-intervalles $[a_j, b_j]$ avec
$$a_j = a + (b-a)\frac{j-1}{n}, \quad b_j = a + (b-a)\frac{j}{n}, \quad j = 1 \dots n.$$
Sur chaque intervalle $[a_j, b_j]$, on effectue une interpolation à N points. Ecrire une fonction scilab qui calcule cette interpolation $P_{N,j}$. On définit la fonction polynomiale par morceau
$$\tilde{f}_n(t) = P_{N,j}(t), \quad t \in]a_j, b_j[, \quad j = 1 \dots n.$$
7. Vérifier numériquement que $\tilde{f}_n \to f$ quand $n \to \infty$. Pour quelle norme ? Quel est l'ordre de convergence ?