

T. D. n° 2

Analyse de la variance à deux facteurs

1 Concepts nouveaux

1. Plan factoriel
2. Modèle d'analyse de la variance à deux facteurs fixes, aléatoires et mixtes
3. Équation de décomposition de la variance
4. Tableau d'analyse de la variance
5. Facteur fixe et facteur aléatoire
6. Plan croisé et hiérarchisé
7. Plan équilibré et déséquilibré
8. Effet principal et effet d'interaction

Tous les tests statistiques que vous effectuerez seront réalisés à $\alpha = 5\%$ sauf mention contraire.

Exercice 1 Questions de compréhension des concepts.

1. Quand on étudie l'effet de deux facteurs sur une variable dépendante, quels sont les avantages de réaliser une ANOVA à deux facteurs plutôt que deux ANOVA à un facteur ?
2. Donner un exemple (autre que celui du cours) qui illustre ce que sont des facteurs fixes et des facteurs aléatoires.
3. Comment se caractérise un graphe d'interaction quand il n'y a pas d'effet d'interaction entre les deux facteurs ?
4. Pourquoi les résultats de base de l'ANOVA II (ou plus) ne peuvent s'appliquer qu'à des plans équilibrés ? Était-ce aussi le cas en ANOVA I ?
5. Que veut-on dire par « il y a une interaction » en ANOVA II ? Cela veut-il dire pour autant que le facteur n'a pas d'effet ? (Illustrer si possible par un dessin et/ou un exemple)
6. Peut-on tester l'effet d'un contraste linéaire en ANOVA II ?

Exercice 2 D'après G. Parreins. *Techniques Statistiques : moyens rationnels de choix et de décision. Dunod technique, 1974.*

Nous voulons tester quatre types de carburateurs : A_1 , A_2 , A_3 et A_4 . Pour chaque type de carburateur nous disposons de six pièces qui sont montées successivement

en parallèle sur quatre voitures que nous supposons avoir des caractéristiques parfaitement identiques. Le tableau ci-dessous indique pour chacun des essais la valeur d'un paramètre lié à la consommation :

<i>Essai/Carburateur</i>	A_1	A_2	A_3	A_4
1	21	23	18	20
2	24	23	19	21
3	25	32	28	25
4	20	23	19	15
5	34	32	24	29
6	17	15	14	9

Lorsque nous nous sommes intéressés à ces données dans le cours, nous n'avons pas tenu compte de l'ordre des essais. Or, nous apprenons que ceux-ci n'ont pas été randomisés, mais que tous les essais numéro 1 ont été réalisés un lundi, tous les essais numéro 2 un mardi, ..., tous les essais numéro 6 un samedi.

Nous décidons donc **de tenir compte** de la possible influence de l'ordre de réalisation des essais, c'est-à-dire du facteur *Essai*.

1. Proposez une méthode statistique permettant d'étudier conjointement l'influence du facteur *Carburateur* et du facteur *Essai* sur la consommation. Énoncez le modèle et les hypothèses nécessaires au modèle que vous projetez d'utiliser. Ce modèle comporte-t-il des répétitions ?
2. Y a-t-il des différences entre les carburateurs ? Y a-t-il des différences dues à l'ordre de réalisation des essais ? Quelles sont les estimations des paramètres du modèle ? Si nécessaire, comparez les différents niveaux du facteur *Carburateur* ainsi que les différents niveaux du facteur *Essai*.

Exercice 3 Exercice issu de la fiche de TD d'Informatique numéro 2, auteur : F.G. Carpentier

Cet exemple est basé sur des données fictives présentées par Lindeman (1974).

La performance de rats d'origines différentes dans un labyrinthe est testée. La tâche du rat est d'apprendre à se rendre directement à l'endroit où de la nourriture a été placée, sans erreurs. Trois lignées de rats sont utilisées : brillant, mixte et mauvais. Pour chacune de ces lignées, nous utilisons quatre animaux élevés dans un environnement libre, et quatre animaux élevés dans un environnement restreint (cage). La variable dépendante est le nombre d'erreurs faites par le rat dans son parcours vers

la nourriture. Les données sont présentées dans le tableau ci-dessous :

ÉLEVAGE	LIGNÉE	ERREURS	ÉLEVAGE	LIGNÉE	ERREURS
LIBRE	BRILLANT	26	CAGE	BRILLANT	51
LIBRE	BRILLANT	14	CAGE	BRILLANT	35
LIBRE	BRILLANT	41	CAGE	BRILLANT	96
LIBRE	BRILLANT	16	CAGE	BRILLANT	36
LIBRE	MIXTE	41	CAGE	MIXTE	39
LIBRE	MIXTE	82	CAGE	MIXTE	114
LIBRE	MIXTE	26	CAGE	MIXTE	104
LIBRE	MIXTE	86	CAGE	MIXTE	92
LIBRE	MAUVAIS	36	CAGE	MAUVAIS	42
LIBRE	MAUVAIS	87	CAGE	MAUVAIS	133
LIBRE	MAUVAIS	39	CAGE	MAUVAIS	92
LIBRE	MAUVAIS	99	CAGE	MAUVAIS	124

1. Vérifiez que les conditions d'application de l'ANOVA II sont vérifiées.
2. Construisez, avec l'aide de MINITAB, le tableau d'analyse de la variance pour ces données.
3. La lignée a-t-elle un effet significatif sur le nombre d'erreurs faites par le rat ? Écrivez explicitement les hypothèses nulle et alternative de votre test et justifiez votre réponse.
4. L'élevage a-t-il un effet significatif sur le nombre d'erreurs faites par le rat ? Écrivez explicitement les hypothèses nulle et alternative de votre test et justifiez votre réponse.
5. L'interaction a-t-elle un effet significatif sur le nombre d'erreurs faites par le rat ? Écrivez explicitement les hypothèses nulle et alternative de votre test et justifiez votre réponse.
6. Calculez η^2 . Que concluez-vous ?
7. Évaluez la puissance dans chacun des tests du tableau de l'ANOVA II.
8. Quelles sont les comparaisons multiples que vous pouvez réaliser ? Réalisez-les et analysez-les.

Exercice 4 D'après Y. Dodge. *Analyse de régression appliquée*. Éditions Dunod, 1999.

Pendant la cuisson, les croissants absorbent la graisse en quantité variable. Nous avons relevé la quantité de graisse absorbée lors de la cuisson de six fournées de croissantes pour quatre types de graisse. Les mesures sont présentées dans le tableau ci-dessous.

Fournée/Graisse	1	2	3	4
1	64	78	75	55
2	72	91	93	66
3	68	97	78	49
4	77	82	71	64
5	56	85	63	70
6	95	77	76	68

1. Quels sont les modèles que vous pouvez utiliser pour analyser ces données ? Pour chacun d'entre eux, détaillez les hypothèses testées.
2. Nous nous intéressons uniquement à ces quatre types de graisse. Par contre, nous cherchons à savoir si il y a un effet des fournées en général sur la quantité de graisse utilisée. Pour cela, quel est donc le modèle à choisir parmi les trois précédents ?
Nous allons maintenant travailler avec le modèle que nous venons de choisir.
3. Vérifiez que les conditions d'application de l'ANOVA II sont vérifiées.
4. Construisez, avec l'aide de MINITAB, le tableau d'analyse de la variance pour ce modèle.
5. La fournée a-t-elle un effet significatif sur la quantité de graisse absorbée ? Écrivez explicitement les hypothèses nulle et alternative de votre test et justifiez votre réponse.
6. La graisse a-t-elle un effet significatif sur la quantité de graisse absorbée ? Écrivez explicitement les hypothèses nulle et alternative de votre test et justifiez votre réponse.
7. Calculez η^2 . Que concluez-vous ?
8. Évaluez la puissance dans chacun des tests du tableau de l'ANOVA II.
9. Quelles sont les comparaisons multiples que vous pouvez réaliser ? Réalisez-les et analysez-les.