

T. D. n° 3

Complément sur l'analyse de la variance à un facteur

Exercice 1. D'après l'examen de Février 2014.

Une étude a été réalisée pour comparer l'efficacité de différents traitements prescrits dans les cas de troubles anxieux généralisés. L'échantillon des traitements est le suivant :

- Escitoloporam 0 mg/jour : Traitement 1 sur le groupe 1 de 10 patients
- Escitoloporam 5 mg/jour : Traitement 2 sur le groupe 2 de 10 patients
- Escitoloporam 10 mg/jour : Traitement 3 sur le groupe 3 de 10 patients
- Escitoloporam 15 mg/jour : Traitement 4 sur le groupe 4 de 10 patients
- Escitoloporam 20 mg/jour : Traitement 5 sur le groupe 5 de 10 patients

Les traitements sont attribués par tirage au sort chez 5 groupes de 10 sujets atteints de cette pathologie. Pour évaluer l'efficacité des traitements nous disposons du score total de l'échelle de Hamilton avant le début du traitement (J_0) et après 12 semaines de traitement (J_{12}). Le score peut varier de 0 à 63. Plus le score est élevé, plus l'anxiété est importante. Les valeurs de la différence des scores Y entre le début et la fin du traitement ($Y = J_0 - J_{12}$) représentent les valeurs du critère d'évaluation et sont présentes pour l'ensemble des patients dans le tableau suivant :

Traitement	Traitement	Traitement	Traitement	Traitement
0 mg/j	5 mg/j	10 mg/j	15 mg/j	20 mg/j
15,20	19,10	17,10	15,00	19,40
06,10	14,50	15,20	20,60	14,50
15,90	04,80	19,30	16,00	17,30
13,10	07,00	14,50	17,60	13,70
09,80	07,50	12,40	16,00	13,80
12,60	16,60	18,80	21,70	13,80
14,90	14,10	18,00	17,80	11,50
08,00	14,40	16,50	12,80	17,50
09,20	14,60	10,40	17,40	17,10
11,40	08,90	19,70	20,80	13,20

Les chercheurs se proposent de modéliser la dépendance de la différence des scores Y en fonction de la dose x (mg/jour) à l'aide des techniques de l'analyse de la variance.

1. Pourquoi faut-il faire ici une analyse de la variance à un facteur et non pas une analyse de la régression linéaire ?
2. Écrire le modèle statistique de l'analyse de la variance à un facteur à effets fixes.
3. Quelles sont les conditions d'utilisation du modèle d'analyse de la variance précédent ? Sont-elles vérifiées ?
4. Donner le tableau de l'ANOVA correspondant à cette étude.

5. Réaliser le test de Fisher au seuil de significativité 5%. Qu'est-il possible d'en déduire?
6. Donner une estimation de la variance des erreurs σ^2 .
7. Dans le cas de cette étude, est-il possible de procéder à des comparaisons multiples? Pourquoi? Si oui, réaliser alors ces comparaisons.

Exercice 2. Traitement contre l'urée. D'après l'examen de Février 2013.

Cinq centres hospitaliers utilisent un traitement différent pour combattre le taux élevé d'urée dans le sang chez les malades atteints de lésions rénales. Le caractère étudié est le taux d'urée (en décigrammes par litre de sang) après traitement. Dans chaque centre hospitalier, nous l'avons mesuré chez sept patients. Les données sont présentées ci-dessous.

traitement 1	traitement 2	traitement 3	traitement 4	traitement 5
4,5	7,5	8,0	2,0	6,5
2,5	3,0	6,5	7,5	5,5
6,0	2,5	6,0	4,0	6,0
4,5	4,0	3,5	2,5	4,5
3,0	2,0	5,0	5,0	4,0
5,5	4,0	7,0	3,5	7,0
3,5	5,5	5,0	6,5	5,5

1. Proposer un modèle statistique qui permet d'étudier une relation entre le taux d'urée dans le sang et le traitement. Préciser la nature de chacune des variables présentes dans le modèle statistique proposé.
2. Les conditions d'application du modèle d'analyse de la variance sont-elles vérifiées? Si oui, expliquer votre réponse.
3. Donner le tableau de l'analyse de la variance.
4. Pouvez-vous conclure à une éventuelle significativité du traitement sur le taux d'urée dans le sang? Pour répondre à cette question, utiliser un test. Vous citerez le nom du test, les hypothèses, la statistique du test et donnerez la conclusion du test (vous préciserez quelle règle vous utilisez).
5. Donner une estimation de la variance des erreurs σ^2 .
6. Pouvez-vous séparer les traitements en groupes ne présentant pas de différence significative au seuil α égal à 5%? Si oui, expliquer comment vous procédez.
7. Calculer la puissance dans le cas où vous auriez choisi l'hypothèse nulle au test de Fisher.