

Sur les difféomorphismes de $B^n(0, 1)$ dans \mathbb{R}^n

Exercice 1. Soit $f : [0, 1[\rightarrow \mathbb{R}$ une fonction lisse. On considère l'application lisse

$$\begin{aligned} \Phi : B^n(0, 1) &\rightarrow \mathbb{R}^n \\ x &\mapsto f(\|x\|^2)x. \end{aligned}$$

Montrer que Φ est un difféomorphisme si et seulement si

$$\begin{aligned} \phi : [0, 1[&\rightarrow [0, +\infty[\\ t &\mapsto |tf(t^2)| \end{aligned}$$

en est un.