Algèbre géométrique - TD11
Espaces projectifs

Exercice 1 : Soit E un espace vectoriel relle de dimension finie n et q une forme quadratique sur E de signature (p, q). On considre $X = \{x \in E, q(x) = 1\}$. Montrer que X est une hypersurface rgulire de E diffomorphe $S^{p-1} \times \mathbb{R}^{n-p}$.

Exercice 2 :

a) Montrer que $SL_n(\mathbb{R})$ est une hypersurface rgulire de $M_n(\mathbb{R})$.

b) Dans le cas $n = 2$, quels sont les points rguliers de l'hypersurface d'quation $det(A) = 0$?

Exercice 3 : Soit $P \in \mathbb{R}[X]$, et soit $X \subset \mathbb{R}^2$ la courbe d'quation $y^2 = P(x)$. Montrer que X est rgulire si et seulement si P n'a pas de racine double dans $\mathbb{R}$.

Exercice 4 : Soit $X \subset \mathbb{P}^2(\mathbb{R})$ la courbe d'quation $X^n + Y^n = Z^n$. Montrer que X est rgulire.

Exercice 5 : Soient $pq, \in \mathbb{R}$. On considre l'hypersurface H de $\mathbb{P}^2(\mathbb{R})$ d'quation $Y^2Z = X^3 + pXZ^2 + qZ^3$. A quelle condition sur p et q H est-elle rgulire ?