Mathématiques en filières Physique/Chimie/Plurisciences
Licence 1, semestre 1

Responsable : S. Beyrath-Deppner

Contrôle Continu numéro 1, mardi 19 octobre 2021

Durée : 1 heure

Les calculatrices et documents ne sont pas autorisés.
Il sera tenu compte de la clarté et de la précision de la rédaction.

Exercice 1

Les questions sont indépendantes les unes des autres.

1) Mettre sous forme algébrique les nombres complexes suivants :

$$(1 + 2i)(4 - 3i), \quad \frac{2 + 5i}{1 - i} + \frac{2 - 5i}{1 + i}, \quad \frac{3 + 6i}{3 - 4i}, \quad \left(\frac{-1}{2} + i \frac{\sqrt{3}}{2} \right)^3.$$

2) Mettre sous forme exponentielle les nombres complexes suivants :

$$-5, \quad 3 + 3i, \quad 1 - i\sqrt{3}$$

3) Calculer le module et l'argument du nombre complexe $\left(\frac{1 - i}{1 + i\sqrt{3}} \right)^n$, $n \in \mathbb{N}$.

Exercice 2

1) Donner, sous forme algébrique, les deux racines carrées du nombre complexe $20 + 48i$.
(on donne $48^2 = 2304$ et $\sqrt{2704} = 52$).

2) Soit (E) l'équation $z^2 + (2 + 2i)z - 5(1 + 2i) = 0$.

a) Calculer le discriminant Δ associé à cette équation.

b) Dédurre du a) et de la question 1) les solutions dans $\mathcal{C}$ de l'équation (E) .

Exercice 3

Linéariser l'expression $(\cos(x))^4$.

Exercice 4

Donner le quotient et le reste de la division euclidienne de $X^4 + 3X^3 - 2X^2 + 7X - 12$ par $X^2 - 1$.