

**Commission Inter-IREM d'Histoire
et d'Épistémologie des Mathématiques,
IREM de Rennes**

**4000 ans d'histoire
des mathématiques :**

*les mathématiques
dans la longue durée*

**Actes du treizième colloque inter-IREM
d'Histoire et d'Épistémologie des Mathématiques,
IREM de Rennes,
6-7-8 mai 2000**

IREM de Rennes
Octobre 2002

DIOPHANTE D'ALEXANDRIE : UN TEXTE ET SON HISTOIRE

Norbert Schappacher

Technische Universität, Darmstadt

Traduit de l'anglais par Frédéric Métin (IREM de Bourgogne)

Résumé

Les Arithmétiques de Diophante est l'un des ouvrages qui ont eu le plus d'influence dans l'histoire des mathématiques. C'est par exemple dans la marge de son édition de Diophante que Pierre de Fermat, un jour entre 1621 et 1665, énonça son dernier théorème, qui ne fut démontré que bien plus tard. Mais Fermat n'était pas le premier à tirer son inspiration de la collection de problèmes algébriques/arithmétiques de Diophante : les Arabes avaient tiré profit de leur lecture des *Arithmétiques* de Diophante quand ils développèrent l'algèbre en tant que discipline mathématique. Il n'était pas non plus le dernier : à la fin de cet article, nous présentons l'exemple d'une thèse de mathématiques de 1998 directement inspirée d'un problème de Diophante.

Mais malgré toute l'influence qu'eut cet auteur sur divers mathématiciens à différentes époques, nous ne savons presque rien de lui, et même le texte des *Arithmétiques* ne révèle que peu de choses de ce que Diophante savait réellement, ou ce qu'il ignorait.

Nous présenterons d'abord les points de vue de divers historiens qui ont spéculé sur la personne de Diophante, puis décrirons quelques traits marquants des *Arithmétiques*, pour arriver à un survol des principales lectures différentes qui en ont été données au fil des siècles : d'abord dans le monde arabe des IX^{ème} et X^{ème} siècles, puis pendant la Renaissance byzantine (du XI^{ème} au XIII^{ème} siècle) ; ensuite pendant les XVI^{ème} et XVII^{ème} siècles en Europe (Viète, Fermat), jusqu'au regard du XX^{ème} siècle sur Diophante.

Avant-Propos

A la suite d'un petit cours de DEA à Strasbourg, j'ai donné le 29 mai 1998 une conférence dans le cadre de la Euler-Vorlesung annuelle, dans le vieux théâtre de Sans-souci à Postdam, intitulée *Wer war Diophant ? (Qui était Diophante ?)*. Un article tiré de cette conférence est paru peu de temps après dans les *Mathematische Semesterberichte* 45/2 (1998), 141-156. La

publication en était faite en allemand puisque la conférence avait été préparée en allemand pour un public allemand.

Pendant mon séjour en Inde, de décembre 1999 à janvier 2000, j'étais en résidence au *Tata Institute* de Mumbai, mais passai une semaine au *Chennai Mathematical Institute*, pendant laquelle le professeur Seshadri me demanda de parler également de Diophante à Madras. Cette conférence et une autre similaire que j'ai donnée plus tard à Bombay furent l'occasion de rédiger la présente version (anglaise [à l'origine, NdT]) de mon article. Ce n'est pas une traduction, mais une réécriture du texte original avec pas mal de modifications. Par exemple, j'ai évité certaines allusions (comme à Karl May) qui ne pouvaient être comprises de quiconque n'est pas empreint de culture germanique. D'autre part, j'ai tenu compte de quelques critiques que j'avais reçues après la publication ; je suis par exemple heureux d'avoir pu corriger ma méconnaissance initiale de la contribution d'Otto Neugebauer à la détermination de l'époque de la vie de Héron d'Alexandrie, qui m'a été obligeamment soulignée par plusieurs lecteurs. J'ai aussi développé le contenu çà et là.

1. La question de la datation

Deux ouvrages nous sont parvenus sous le nom d'auteur de *Diophante d'Alexandrie* : un ensemble très étendu de problèmes résolus, intitulé *Les Arithmétiques*, et un court traité, plus théorique, sur les nombres polygonaux, qui est d'un style plus euclidien¹. *Les Arithmétiques* sont essentiellement autosuffisants : pour autant que nous les connaissons, ils ne contiennent aucune référence explicite à d'autres auteurs mathématiciens².

D'autre part, nous ne connaissons qu'un auteur de l'ère pré-arabique et pré-byzantine qui fasse référence aux *Arithmétiques* de Diophante : Théon d'Alexandrie³, le père d'Hypatie, la plus célèbre femme scientifique de l'Antiquité (tardive), qui cependant doit une grande part de sa célébrité au fait qu'elle a été sauvagement assassinée par les bandes de l'Evêque Cyril, l'un des premiers Pères de l'Église, en 415 ap. J.C.⁴ Théon est donc du milieu du quatrième siècle de notre ère, ce qui nous donne une borne supérieure pour la datation des *Arithmétiques* et de leur auteur présumé, Diophante.

Si nous admettons que le même Diophante est aussi l'auteur du traité sur les nombres polygonaux, nous obtenons une borne inférieure, car il y a dans cet ouvrage une référence à *Hypsicles*, qui vivait vers 150 av. J.C. (cf. [Tan93/95], vol. I, 470 (27)).

Les œuvres connues de Diophante nous donnent donc un intervalle de 500 ans en ce qui concerne leur composition, et c'est à peu près tout ce dont nous pouvons être certains lorsqu'il

¹ Pour le traité sur les nombres polygonaux, voyez l'édition gréco-latine [Tan93/95], vol. I, 450-481. Les nombres polygonaux sont : les nombres triangulaires, i.e. ceux qui peuvent être disposés selon une forme triangulaire, comme 1, 3, 6, 10, 15, 21..., les carrés parfaits, les nombres pentagonaux comme 1, 5, 12, 22, 35, ..., etc. Plus généralement, la série des nombres a -gonaux est donnée par $n/2\{2+(n-1)(a-2)\}$, pour $n=1,2,3...$

² A trois endroits, tous situés dans le livre "V" de la tradition byzantine (voir plus loin pour la numérotation des livres) le texte fait référence à des *porismes* (cf. [Tan93/95], vol. I, 316 (6), 320 (2), et 358 (5)). On ne sait pas si ces résultats faisaient partie d'un autre livre des *Arithmétiques* qui serait perdu, ou s'ils se réfèrent à un autre traité (de Diophante, ou seulement connu des lecteurs supposés de Diophante ?) dont aucune trace ne nous est parvenue. Cf. notre discussion sur les formulations générales dans les *Arithmétiques* au § 4. ci-dessous.

³ Voyez [Tan 1893/95] vol. II, 35 (p. 9-11), cf. vol. I, 8 (p. 13-15).

⁴ L'année 415 est incontestée. Les opinions divergent cependant à propos de l'âge auquel Hypatie connut sa mort tragique. Voyez par exemple [Dzi95].

s'agit d'estimer l'époque à laquelle vivait Diophante d'Alexandrie. Nous ne disposons d'aucune information sérieuse sur lui⁵.

Le grand savant français Paul Tannery (1843-1904), auquel nous devons, parmi d'autres ouvrages de référence de l'époque (voyez par exemple son édition de Fermat [Fer91]), la monumentale édition critique des six livres des *Arithmétiques* qui nous viennent de la tradition byzantine, a découvert à la bibliothèque de l'Escurial une lettre de l'intellectuel byzantin Michael Psellos⁶, qu'il a utilisée pour situer Diophante plus précisément ([Tan93/95], vol. II, 37-42). Dans cette lettre, Psellos mentionne un travail sur l'arithmétique (la *méthode égyptienne des nombres*, ainsi qu'il l'appelle) dédié à Diophante par un certain Anatolios ([Tan93/95], vol. II, 38 (22) - 39 (1)). Pour Tannery, cet auteur est le philosophe attesté Anatolios d'Alexandrie, évêque de Laodicée (ancienne ville de l'actuelle côte syrienne) vers 270/280 de notre ère, également auteur d'un traité sur l'arithmétique dont il nous reste des fragments. En supposant qu'un traité ne peut être dédié à une personne que de son vivant, cela situerait Diophante au troisième siècle ap. J.C.

Mais si l'on considère cette dernière date et la nature de la source de Psellos (la phrase qui mentionne la dédicace est légèrement abîmée dans le texte) on pourrait rester sceptique face à ces conclusions. Il semble réellement que Tannery se soit quelque peu emporté à propos de cette lettre qu'il avait découverte ; sur cette seule base, il corrigea la plus importante spécification méthodologique des *Arithmétiques*, par laquelle Diophante introduit son symbole pour la seule et unique inconnue qu'il manipule dans sa notation⁷.

Finalement, indépendamment de la lettre de Psellos, le fait qu'avant Théon personne, autant que nous le sachions, n'ait mentionné Diophante, mais également que les problèmes des *Arithmétiques* soient assez inhabituels dans les mathématiques grecques classiques rendent probable que Diophante a écrit son ouvrage à la fin de l'intervalle des 500 ans. De nos jours, on dit en général qu'il a vécu vers 250, comme ça l'est suggéré par l'argument de Tannery. Il y a aussi un papyrus mathématique du troisième siècle en grec, non écrit par Diophante, mais qui utilise le même symbole pour l'inconnue que celui que l'on trouve dans les manuscrits byzantins des *Arithmétiques*⁸.

Mais il ne faudrait pas oublier l'incertitude qui réside dans toutes ces conjectures. En fait, on peut dire (et on a dit) beaucoup de choses en faveur d'un rapprochement entre Diophante et Héron d'Alexandrie, auteur de textes encyclopédiques sur des questions de mathématiques,

⁵ Notez que si une telle incertitude sur les dates paraît énorme pour les cultures méditerranéennes anciennes, des intervalles encore plus grands sont la règle plutôt que l'exception dans l'histoire de la culture et de la science indiennes par exemple. Pour une illustration, voyez [Gup95] p. 263f.

⁶ Psellos (1018-1081 ?) fut de nombreuses années philosophe à la cour de Byzance ; il écrivit un grand nombre d'ouvrages sur des sujets très variés, depuis la philosophie et la théologie jusqu'aux sciences et à l'alchimie. Outre son importante correspondance, ce qui le rendit peut-être encore plus célèbre est la série de ses écrits sur la vie de différents Empereurs et personnalités politiques, qui contient une approche psychologique des personnes décrites. Il aimait à se présenter comme influent, bien que lui-même et ses proches aient perdu leur position dominante sous le règne de Constantin IX en 1054. A certains moments, il vécut comme moine.

⁷ [Tan93/95] vol. I, 6 (3-5). Au lieu de laisser cette phrase comme on la lit dans tous les manuscrits, i.e. définissant le *αλογος αριθμος* le nombre *non dit*, le nombre qui est jusqu'à présent inconnu, comme « ce qui n'a aucune de ces propriétés particulières [en question dans les lignes précédentes, comme la propriété d'être un carré, un cube, etc.] mais contient simplement une multitude d'unités », Tannery veut que nous lisions : « le nombre qui n'a aucune de ces caractéristiques, mais possède une multitude indéterminée d'unités, est appelé *arithmos* ». Mais le dernier mot non traduit de la phrase grecque que Tannery a créée signifie simplement *nombre*, rendant l'énoncé au mieux très maladroit. Cette critique de la *correction* par Tannery de la phrase cruciale est donnée de manière très convaincante par Rashed et Allard (voir la note sur le mot arabe "šay" pour l'inconnue dans [Ras84], tome III, 120-123).

⁸ Pap. Michigan 620. Je dois cette référence à [Ger84], p. 143.