

Feuille 3(bis) : polynômes à coefficients complexes ou réels

Exercice 1. — Trouvez les racines complexes du polynôme $X^2 - (3 + 4i)X - 1 + 7i$.

Exercice 2. — Les deux polynômes $P = X^5 - 3X^3 - 2X^2 + 2X - 4$ et $Q = X^5 + 2X^3 + 2X^2 + 2$ ont-ils une racine commune réelle ?

Exercice 3. — Trouvez les racines du polynôme $X^4 + X^3 + 3X^2 + X + 1$.

Exercice 4. — Soit $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 1$. On note U_n l'ensemble des racines n -ièmes de l'unité. Soit P un polynôme dans $\mathbb{R}[X]$ de degré $\leq n - 1$. Montrez que

$$P(0) = \frac{1}{n} \sum_{\omega \in U_n} P(\omega).$$